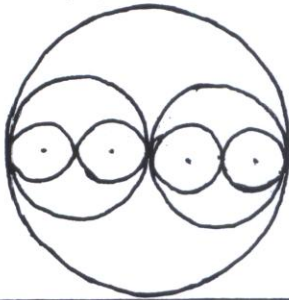


ش سندلی (ش داوطلب): نام واحد آموزشی: **دبیرستان انرژی اتمی ایران** نوبت امتحانی: دیماه ۱۳۹۳ پایه: دوم
نام و نام خانوادگی: نام پدر: رشته / رشته های: ریاضی وقت امتحان: ۱۰۰ دقیقه تاریخ امتحان: ۱۳۹۳/۱۰/۱۰ ساعت امتحان: ۸/۳۰ صبح
سوالات امتحان درس: ریاضی (۲) نام دبیر/دبیران: جناب آقای امیری سال تحصیلی: ۹۴-۱۳۹۳ تعداد برگ: ۱ برگ

۱- اضلاع یک مثلث قائم الزامی تصاعد حسابی شکل می دهند اگر طول ضلع بزرگتر برابر a باشد، طول دو ضلع دیگر را بر حسب a بدست آورید. (۱ نمره)

۲- اگر مساحت دایره بزرگ برابر S_1 و داخل آن دو دایره برابر به شکل زیر رسم کنیم و مجموع مساحت آنها را S_2 بنامیم، این کار را به همین ترتیب تکرار کنیم. جمله عمومی (S_n) را بدست آورده و نشان دهید تصاعد هندسی است. (۱ نمره)



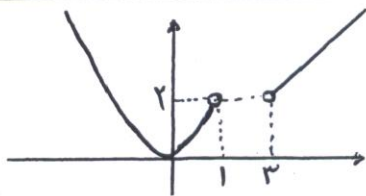
۳- اگر x در معادلات زیر صدق کند، چند جمله اول دنباله تیرتبات اعشاری x را می توان نوشت؟
آنها را بنویسید: (۱ نمره)

$$\begin{cases} 10x + 5 > 20,13 \\ 4 - 2x > 0,1972 \end{cases}$$

۴- الف) عبارت متباین را ساده کنید: (۱ نمره)
$$K = (2 - \sqrt{3})^{\sqrt{3}-1} \cdot (2 + \sqrt{3})^{\frac{2}{\sqrt{3}+1}}$$

ب) معادله متباین را حل کنید: (۱ نمره) $(x > 0)$
$$x = 27$$

۵- مقدار a و b چقدر باشد تا f تابع باشد؟ (۱ نمره)
$$f = \{(2, 5), (3, -1), (2, a^2+1), (a+1, 5), (-1, a+b)\}$$



۶- دامنه و برد تابع معادل را بصورت باز بنویسید: (۱ نمره)

۷- تابع f خطی بوده داریم: $f(x+1) + f(2x-1) = 4x+2$ در اینصورت ضابطه f را بنویسید. (۱ نمره)

۸- ثابت کنید تابع $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ یک به یک است پس ضابطه تابع وارون آن را بنویسید. (۱ نمره)

$$f(x) = \begin{cases} 2x-8 & x > 2 \\ 4 & -1 < x < 2 \\ x^2 & x \leq -1 \end{cases}$$

با سه متغیر $f(2)$ و $f(\sqrt{2}-1)$ و $f(f(\sin \frac{\pi}{4}))$

رابطت آوری. (۵ امتز)

۹- اگر f تابع همانی و g تابع ثابت بود چو $f(5) + g(1) = 20$ باشد مقدار عددی $f(1) + g(5)$ را بدست آوری. (۱ امتز)

۱۱- نمودار تابع $y = \sqrt{4-x}$ و $y = 3 - (x-1)^2$ را به کمک قوانین رسم، مطلبه مرحله رسم کنید. (۲ امتز)

۱۲- عبارت متقابل را تبیین علامت کنید: (۵ امتز)

$$p = \frac{|x-2|(4-x^2)(x+1)}{(x^2-5x-6)(-x^2+x-3)}$$

۱۳- اگر $a > 0$ ثابت کنید: $a + \frac{1}{a} \geq 2$ (۱ امتز)

۱۴- محدود m را چنان بیابید که عبارت $\sqrt{mx^2+mx+2}$ همواره تعریف شده باشد. (۵ امتز)

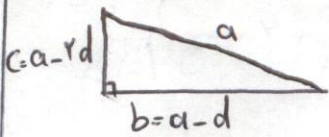
۱۵- تابع $f(x) = 2^x - 2$ را رسم کنید. به کمک نمودار دانسته و بر تابع را بدست آوری و یک همگی بودن آن را از روی نمودار بررسی کنید. (۲ امتز)

موفق باشید - امیری

باصحاح (۲)

بنا

بصفت ازین تمایل



$$(a-d)^2 + (a-d)^2 = a^2 \Rightarrow a^2 - 2ad + d^2 + a^2 + d^2 - 2ad = a^2$$

$$\Rightarrow a^2 - 2ad + d^2 = 0 \Rightarrow (a-d)(a+d) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=d \\ a=2d \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} b = a-d = a - \frac{a}{2} = \frac{a}{2} \\ c = a-d = a - \frac{a}{2} = \frac{a}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow d = \frac{a}{2}$$

جواب (۲) اگر سطح طبقه نزدیک را R فرض کنیم:

$$S_1 = \pi R^2$$

$$S_2 = 2\pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \pi R^2$$

$$S_3 = \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \pi R^2$$

$$\dots \Rightarrow S_n = 2^{n-1} \pi \left(\frac{R}{2^{n-1}}\right)^2 = \frac{1}{2^{n-1}} \pi R^2$$

$$\frac{S_n}{S_{n-1}} = \frac{\frac{1}{2^{n-1}} \pi R^2}{\frac{1}{2^{n-2}} \pi R^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow q = \frac{1}{2} \text{ تصاعد هندسی است.}$$

$$\begin{cases} 1.0x + 0 > 2.12 \Rightarrow 1.0x > 2.12 \Rightarrow x > 2.12 \\ 4 - 2x > 0.172 \Rightarrow 2x < 3.828 \Rightarrow x < 1.914 \end{cases}$$

جواب (۳)

$$\Rightarrow 2.12 < x < 1.914 \Rightarrow x = 2.0123abc\dots$$

یعنی سه رقم بعد از ممیز قطعی است پس سه عدد اول دنباله تقریبات اعشاری را می توان نوشت:

$$\{x\}: 2.0, 2.01, 2.012, \dots$$

$$\text{الف) } \frac{2}{\sqrt{2}+1} \times \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} = \frac{2(\sqrt{2}-1)}{2-1} = \sqrt{2}-1$$

جواب (۴)

$$\Rightarrow (2-\sqrt{2})^{\sqrt{2}-1} \cdot (2+\sqrt{2})^{\sqrt{2}-1} = [(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})]^{\sqrt{2}-1} = 1^{\sqrt{2}-1} = 1$$

$$\text{ب) } x^{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \Rightarrow (x^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}} = (2\sqrt{2})^{\sqrt{2}} \Rightarrow x^2 = 2^{\sqrt{2}} \Rightarrow x = 2^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$(2, 0), (2, a^2+1) \Rightarrow a^2+1 = 0 \Rightarrow a^2 = -1 \rightarrow a = \pm i$$

جواب (۵)

$$a=2 : (2, -1), (a+1, 0) \rightarrow (2, -1), (3, 0)$$

$$a=-2 : (a+1, 0), (a+1, a+b) \Rightarrow (-1, 0), (-1, a+b) \Rightarrow a+b=0 \rightarrow b=2$$

$$D_f = (-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$$

$$R_f = [-1, +\infty)$$

جواب (۶)

$$f(x) = ax + b \rightarrow \begin{cases} f(x+1) = a(x+1) + b = ax + a + b \\ f(rx+1) = a(rx+1) + b = rax - a + b \end{cases} \quad (\text{جواب 7})$$

$$\rightarrow ax + a + b + rax - a + b = 4x + 4 \Rightarrow rax + 2b = 4x + 4 \Rightarrow \begin{cases} ra = 4 \\ 2b = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow f(x) = 2x + 2$$

$$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow \frac{x_1 - 1}{x_1 + 2} = \frac{x_2 - 1}{x_2 + 2} \Rightarrow x_1 x_2 + 2x_1 - x_2 - 1 = x_1 x_2 + 2x_2 - x_1 - 1$$

$$\Rightarrow 2x_1 = 2x_2 \Rightarrow x_1 = x_2 \Rightarrow \text{تساوي}$$

$$y = \frac{x-1}{x+2} \Rightarrow yx + 2y = x - 1 \Rightarrow yx - x = -2y - 1 \Rightarrow x(y-1) = -2y - 1$$

$$\Rightarrow x = \frac{-2y-1}{y-1} = \frac{1+2y}{1-y} \Rightarrow f^{-1}(y) = x = \frac{1+2y}{1-y}$$

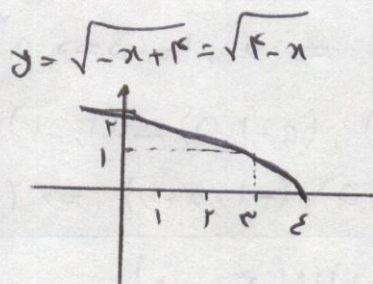
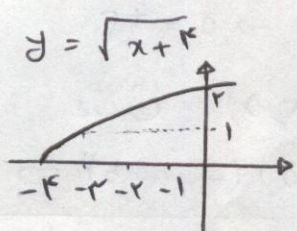
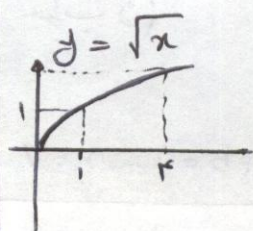
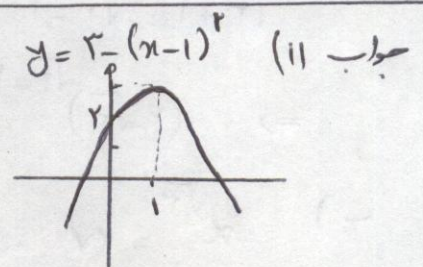
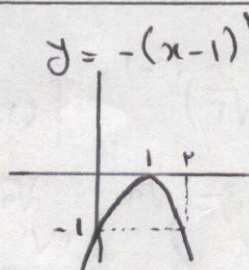
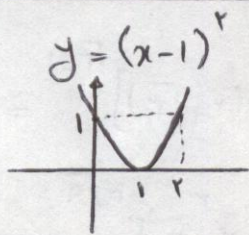
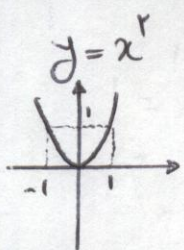
$$f(r) = 2 \times r - 2 = -1, \quad f(\sqrt{r}-1) = r, \quad -1 < \sqrt{r}-1 < r \quad (\text{جواب 9})$$

$$-1 < \sin \epsilon < r \rightarrow f(\sin \epsilon) = r \rightarrow f(-f(\sin \epsilon)) = f(-r) = 17$$

$$f(0) + g(1) = 2 \Rightarrow g(1) = 2 - 0 = 2 \rightarrow g(x) = 2 \quad (\text{جواب 10})$$

$f(0) = 0$ تبع

$$\Rightarrow f(1) + g(0) = 1 + 2 = 3$$



$$P = \frac{|x-2|(2-x^2)(x+1)}{(x^2-2x-7)(-x^2+x-2)}$$

جواب ۱۲

	$-\infty$	-2	-1	2	7	$+\infty$
$ x-2 $	+	+	+	0	+	+
$2-x^2$	-	0	+	+	0	-
$x+1$	-	-	0	+	+	+
x^2-2x-7	+	+	0	-	-	0
$-x^2+x-2$	-	-	-	-	-	-
P	-	0	+	+	0	-

$\underbrace{\quad\quad\quad}_0$
 $\underbrace{\quad\quad\quad}_0$
 $\underbrace{\quad\quad\quad}_0$

جواب ۱۳

$$a + \frac{1}{a} \geq 2 \Rightarrow a + \frac{1}{a} - 2 \geq 0 \Rightarrow \frac{a^2 + 1 - 2a}{a} \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{(a-1)^2}{a} \geq 0$$

صورت همواره نامنفی
در مخرج طبق نون مثبت است \Rightarrow نامساوی برقرار است.

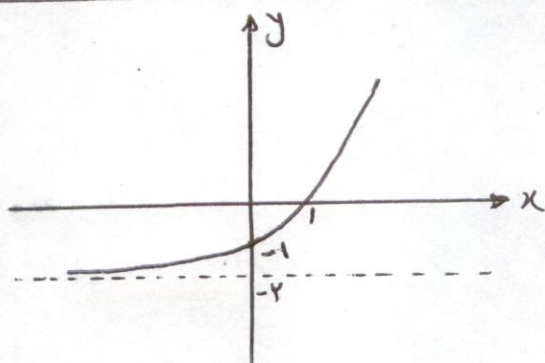
جواب ۱۴

$$mx^2 + mx + 2 \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta \leq 0 \Rightarrow m^2 - 4m \leq 0 \rightarrow m(m-4) \leq 0 \\ a > 0 \end{cases} \rightarrow \boxed{0 \leq m \leq 4} \text{ I}$$

$\hookrightarrow \boxed{m > 0} \text{ II}$

$I \cap II: \boxed{0 \leq m \leq 4}$

$m = 0$
ضریب x^2 باید صفر شود
نیسان قبول است



جواب ۱۵

$D_f = \mathbb{R}$
 $R_f = (-2, +\infty)$

تابع یک به یک است. چون اگر فرضی به موازات محور طولها رسم شود نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند.