

ش صندلی (ش داوطلب): نام واحد آموزشی: **دبیرستان انرژی اتمی ایران** نوبت امتحانی: دیماه ۱۳۹۳ پایه: سوم ساعت امتحان: ۸/۳۰ صبح  
نام و نام خانوادگی: نام پدر: رشته / رشته های: ریاضی وقت امتحان: ۹۰ دقیقه تاریخ امتحان: ۱۳۹۳/۱۰/۱۷  
سوالات امتحان درس: حسابان نام دبیر/دبیران: جناب آقای نجاری سال تحصیلی: ۹۴-۱۳۹۳ تعداد برگ: ۱ برگ

۱- اگر  $x-1$  و  $x+1$  عامل های عبارت  $P(x) = x^3 + mx^2 - nx - 4$

باشند، جواب های معادله  $P(x) = 0$  را بدست آورید. (۱)

۲- در یک نقطه هندسی مجموع ۶ جمله لعل ۹ برابر مجموع ۳ جمله لعل است. قدر نسبت این نقطه را تعیین کنید (۱)

۳- نمودار سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  بصورت و باشد  $a, b, c$  را بیابید (۱)

۴-  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه های معادله درجه دوم  $x^2 - x - 1 = 0$  و باشد حاصل عبارت  $\frac{\alpha^3 - \alpha^2 + 1}{\beta^2 - 1} + \frac{\beta^3 - \beta^2 + 1}{\alpha^2 - 1}$  را بیابید (۱)

۵- بیشترین مساحت قطعه زمینی مسکلی شکل کنار دریا مطابق شکل زیر بر روی نوار آن را با  $k$  متر نرد محصور کرد چیست؟ (۱)

۶- معادلات زیر را حل کنید (۲)

الف)  $(x^2 - 1)^4 + 2(x^2 - 1)^2 - 3 = 0$  ب)  $2x + x^2 - \sqrt{2x^2 + 4x} = 4$

۷- به روش هندسی نامعادله  $|x-2| - 1 \geq 2\sqrt{2-x}$  را حل کنید (۱)

۸- جای خالی را پر کنید

الف) جواب معادله  $|x-2| + |2x-6| = |3x-8|$  بازه ..... می باشد (۱)

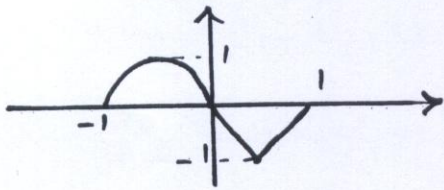
ب) جمله وسط بسط  $(x - \frac{2}{x})^{10}$  برابر ..... می باشد (۱۵)

ج)  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه های معادله  $x^3 - 2x + 1 = 0$  باشد  $\frac{1}{\alpha}$  و  $\frac{1}{\beta}$  و  $\frac{1}{\gamma}$  ریشه های معادله ..... می باشد (۱۵)

۹- تابع بودن رابطه  $|y-2|+1 = \sin x$  را بررسی کنید (  $x$  متغیر مستقل ) (۱)

۱۰- شامی تابع  $f$  و  $g$  را بررسی کنید (۱)  $g(x) = |x+1|\sqrt{x-2}$  و  $f(x) = \sqrt{(x+1)^2(x-2)}$

۱۱- نمودار  $y=f(x)$  مفروضه است نمودارهای زیر را رسم کنید (۱)



الف)  $g = -2f(-\frac{x}{2})$

ب)  $g = f(|x|)$

۱۲- زوج یا فرد بودن تابع  $f(x) = \sin(\log \frac{x^2+1}{x^2-1})$  را بررسی کنید (۱)

۱۳- توابع  $f(x) = [x]$  و  $g(x) = \sqrt{1-x}$  مفروضه اند مطلوب دانسته

توابع  $g \circ f$  و  $\frac{g}{f}$  با استفاده تعریف (۱، ۵)

$$f(x) = \begin{cases} 2 - \sqrt{x-1} & x > 1 \\ x^2 - 2x + 3 & x \leq 1 \end{cases}$$

۱۴-  $f^{-1}$  را بیابید (۱)

۱۵- دامنه تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{3-12-11}}{[x]+[-2]+1}$  را بیابید (۱)

۱۶- جای خالی را پر کنید (۲، ۵)

الف) اگر  $f(x) = -x + \sqrt{-2x}$  باشد آن گاه  $f^{-1}(4)$  برابر است با ....

ب) دوره تناوب اصل تابع  $f(x) = |\sin x|$  برابر است با .....

ج) اگر  $f(x) = \log(x + \sqrt{x^2+2k})$  فرد باشد آن گاه  $k$  برابر است با .....

د) از نظر کنونی تابع  $f(x) = [-2^{-x}]$  یک تابع ..... می باشد

ه) اگر  $f = \{(1,2), (2,3), (4,1)\}$  و  $g = \{(1,5), (1,-1)\}$  آن گاه  $g \circ f$  برابر

است با .....

موفق باشید

$P(1) = 0 \rightarrow 1+m-n-r = 0 \rightarrow m=r, n=1$

$P(-1) = 0 \rightarrow -1+m+n-r = 0$

$P(x) = x^3 + rx^2 - x - r$

$P(x) = (x-1)(x+1)(x+r) = 0 \quad x = \pm 1, -r$

$S_4 = 9 S_r \rightarrow \frac{a_1(q^4-1)}{q-1} = 9 \frac{a_1(q^r-1)}{q-1} \rightarrow q^4+1=9 \quad q=r$

$g = K(x+r)(x-1)$

ریشه های صحیح اعداد ۳-، ۱ و ۱ هستند

$s \mid f \rightarrow f = K(r)(-r) \rightarrow K = -1 \quad g = -(x+r)(x-1) = -x^2 - rx + r$

$a = -1, b = -r, c = r$

$d^r - d = 1 \rightarrow d^r - d^1 = d$

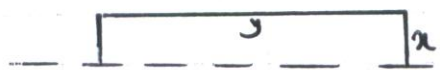
$\frac{d+1}{\beta} + \frac{\beta+1}{d} = ?$

$S = 1$

$\beta^r - 1 = \beta$

$P = -1$

$\frac{d^r + \alpha + \beta^r + \beta}{\alpha\beta} = \frac{S^r - rP + S}{P} = \frac{1 + r + 1}{-1} = -r$



$x+y = K \quad S = xy$

$g = K - rx \quad S(x) = x(K - rx)$

$S(x) = -rx^2 + Kx \quad x = -\frac{b}{2a} = \frac{K}{2r}$

$\rightarrow g = K - \frac{K}{r} = \frac{K}{r} \quad \text{Max}(S) = \frac{K}{r} \times \frac{K}{r} = \frac{K^2}{r}$

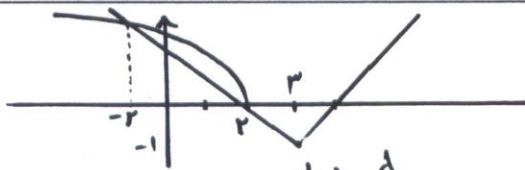
$(x^r - 1)^r = A \rightarrow A^r + rA - r^2 = 0 \rightarrow A = -r, A = 1 \quad (x^r - 1)^r = 1$

$\rightarrow x^r - 1 = 1 \rightarrow x = \pm \sqrt[r]{2}$

$x^r - 1 = -1 \rightarrow x = 0$

$\rightarrow x^r + rx = t \rightarrow t - \sqrt{rt} = t \rightarrow (t-r)^r = rt \rightarrow t^r - 1. t + 1r = 0$

$t = 1, t = r \rightarrow x^r + rx = 1 \rightarrow x = -r, x = r$

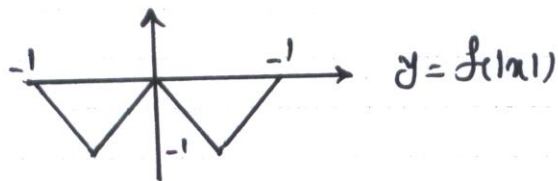
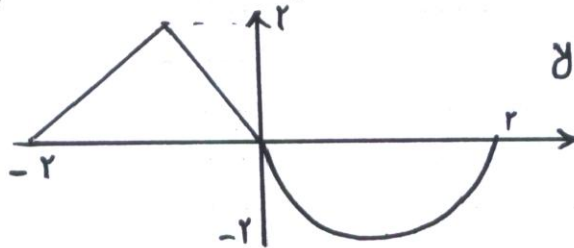
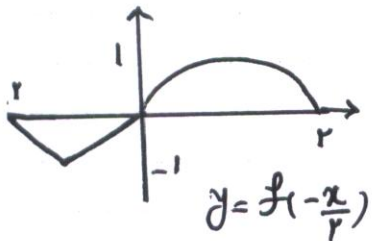


۱ جواب  $-2 \leq x < 2$

۱  $x \leq 2$   $x > 2$  (نصف)  $T_2 = -\left(\frac{1}{2}\right) 2^d$  (ج)  $x^3 - 2x^2 + 1 = 0$

۲ تابع یکتا  $y - 2 = 0 \rightarrow y = 2, \sin u = 1 \rightarrow u = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$

۳  $D_f: x \geq 2 \cup \{-1\}$   $D_g: x \geq 2$   $D_f \neq D_g \rightarrow f(x) \neq g(x)$

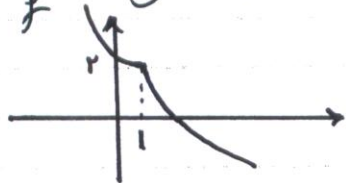


۴  $\frac{f(x+1)}{f(x-1)} > 0 \rightarrow D_f: (-\infty, -\frac{1}{f}) \cup (\frac{1}{f}, +\infty)$  دو نیمه متجانس است  $f$  فرد است

$f(-x) = \sin(\log \frac{f(x+1)}{-f(x-1)}) = \sin \log \left(\frac{f(x-1)}{f(x+1)}\right) = \sin \log \left(\frac{f(x+1)}{f(x-1)}\right)^{-1} = -\sin \log \frac{f(x+1)}{f(x-1)} = -f(x)$

۵  $D_f: \mathbb{R}, D_g: x \leq 1$   $D_{g \circ f} = \{x \in D_f, f(x) \in D_g\}$   $x \in \mathbb{R}, [x] \leq 1 \rightarrow x < 2$   $D_{g \circ f}: x < 2$

$D_{\frac{g}{f}} = D_g \cap D_f - \{x \mid f(x) = 0\} = x \leq 1 - \{0 \leq x < 1\} = (-\infty, 0) \cup \{1\}$



$y = 2 - \sqrt{x-1} \rightarrow x-1 = (2-y)^2$   $f^{-1}(x) = (2-x)^2 + 1$

$y = (x-1)^2 + 2 \rightarrow x-1 = -\sqrt{y-2}$   $f^{-1}(x) = 1 - \sqrt{2-x}$

$f^{-1}(x) = \begin{cases} (2-x)^2 + 1 & x < 2 \\ 1 - \sqrt{2-x} & x \geq 2 \end{cases}$

۶  $\begin{cases} 3 - |x-1| \geq 0 & -2 \leq x-1 \leq 3 \\ [x] + [x] \neq -1 & x \in \mathbb{Z} \end{cases} \rightarrow D_f = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

۷  $K = \pm \frac{\sqrt{r}}{r}$  (ج)  $T = \frac{R}{r}$  (ب)  $-2$  (نصف)

$g \circ f = \{(1, 2), (2, -1)\}$  (د)