

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال	رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	دوره پیش دانشگاهی	تاریخ امتحان : ۱۳۹۴ / ۳ / ۵	تعداد صفحه : ۱
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۴		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه : استفاده از ماشین حساب ساده ( دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد ) بلامانع است.

۱	ثابت کنید وارون هر عدد حقیقی (غیر صفر) منحصر به فرد است.	۱
۱	با استفاده از تعریف حد دنباله ها ، ثابت کنید دنباله $\left\{2 - \left(\frac{1}{n}\right)^n\right\}$ همگرا به ۲ است.	۲
۲	به کمک تعریف دنباله ای حد ، ثابت کنید تابع زیر در نقطه $x=0$ حد ندارد. $f(x) = \begin{cases} -x & x > 0 \\ x+1 & x < 0 \end{cases}$	۲
۰/۵	الف) آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = -x^2 + 2x$ نسبت به $x$ روی بازه $[-1, 2]$ برابر است با .....	۰/۵
۰/۵	ب) آهنگ آنی تغییر تابع $f(x) = 2\sin 2x$ نسبت به $x$ در $x = \frac{\pi}{6}$ برابر است با .....	۰/۵
۱/۵	۵ نشان دهید نقطه $(1, 0)$ یک گوشه برای تابع $f(x) =  x-1 $ است و اندازه زاویه ایجاد شده در گوشه را به دست آورید.	۱/۵
۱/۵	۶ اگر $f(x) = \sqrt{x}g(x)$ و $g(4) = 8$ و $g'(4) = 7$ باشد مقدار $f'(4)$ را حساب کنید.	۱/۵
۲	۷ مشتق بگیرید. ( ساده کردن مشتق الزامی نیست. ) الف) $e^{xy} + x^3 - \sin y = 2x$ ب) $y = \ln \sqrt{x^2 + 1}$	۲
۱	۸ معادله خط مماس بر نمودار تابع وارون $f(x) = \frac{x+3}{x+2}$ را در نقطه $(0, -3)$ به دست آورید.	۱
۱/۲۵	۹ نقاط اکسترمم مطلق تابع $f(x) = x^2 - 3x + 1$ را در بازه $\left[-\frac{3}{2}, 3\right]$ به دست آورید.	۱/۲۵
۱/۱۷۵	۱۰ جهت تقعر نمودار تابع $f$ با ضابطه $f(x) = 1 + \sqrt[3]{x}$ را در دامنه اش بررسی نموده و نقطه عطف آن را به دست آورید.	۱/۱۷۵
۲	۱۱ جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2}{x^2-1}$ را رسم کنید.	۲
۱/۵	۱۲ محاسبه زیر را انجام دهید. $\sum_{k=1}^{20} (4k^2 - 3k + 5)$	۱/۵
۱/۵	۱۳ مقدار میانگین تابع $f(x) = \sqrt{\frac{1+\cos 2x}{2}}$ را در بازه $[0, \pi]$ حساب کنید.	۱/۵
۱	۱۴ انتگرال زیر را محاسبه کنید. $\int (2x^3 + \sqrt{x} - 1) dx$	۱
۲۰	جمع نمره	موفق باشید

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۳/۵	دوره پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۴	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

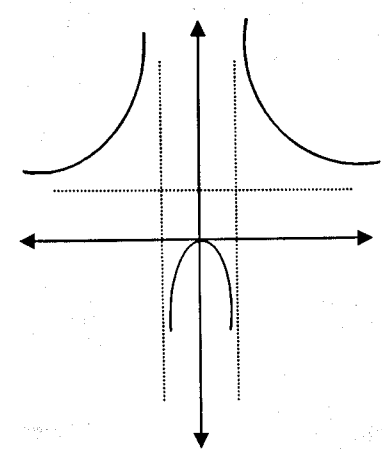
۱	<p>فرض کنیم <math>y_1</math> و <math>y_2</math> هر دو وارون <math>x</math> باشند پس:</p> $xy_1 = 1, xy_2 = 1 \quad (۰/۲۵)$ <p>(مثال صفحه ۶)</p> $y_1 = y_1 \times 1 = y_1 (xy_2) = (y_1 x) y_2 = (xy_1) y_2 = 1 \times y_2 = y_2 \quad (۰/۲۵)$ $\underbrace{y_1}_{(۰/۲۵)} \times \underbrace{1}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{y_1 (xy_2)}_{(۰/۲۵)} = (y_1 x) y_2 = (xy_1) y_2 = 1 \times y_2 = y_2 \quad (۰/۲۵)$	۱
۱	$\forall \varepsilon > 0 \exists M \in \mathbb{N} \forall n \geq M \left  2 - \left(\frac{1}{2}\right)^n - 2 \right  < \varepsilon \quad (۰/۲۵)$ $\rightarrow \left  \left(\frac{1}{2}\right)^n \right  < \varepsilon \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^n < \varepsilon \quad (۰/۲۵) \rightarrow n > \log_{\frac{1}{2}} \varepsilon \quad (۰/۲۵) \Rightarrow M = \left\lceil \log_{\frac{1}{2}} \varepsilon \right\rceil + 1 \quad (۰/۲۵)$ <p>(مشابه مثال صفحه ۳۴)</p>	۲
۲	$\left. \begin{aligned} a_n &= \frac{1}{n} & a_n &\neq 0 & \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n &= 0 \\ b_n &= -\frac{1}{n} & b_n &\neq 0 & \lim_{n \rightarrow +\infty} b_n &= 0 \end{aligned} \right\} (۰/۵)$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \quad (۰/۲۵) = 0 \quad (۰/۲۵)$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(b_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-\frac{1}{n} + 1\right) \quad (۰/۲۵) = 1 \quad (۰/۲۵)$ <p><math>\lim_{x \rightarrow 0} f(x)</math> بنا بر این طبق تعریف حد، <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) \neq \lim_{n \rightarrow +\infty} f(b_n)</math> وجود ندارد. (۰/۵)</p> <p>(مشابه تمرین در کلاس صفحه ۷۲)</p>	۳
۱	<p>ا) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \rightarrow f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \quad (۰/۲۵) =</math></p> $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ x-1 }{x-1} \rightarrow \begin{cases} f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{x-1} = 1 \quad (۰/۲۵) \\ f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x-1)}{x-1} = -1 \quad (۰/۲۵) \end{cases}$ $\tan \theta = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} = \frac{-1 - 1}{1 - 1} = \text{تعریف نشده} \quad (۰/۲۵) \rightarrow \theta = \frac{\pi}{2} \quad (۰/۲۵)$ <p>(مشابه تمرین در کلاس صفحه ۱۳۴)</p>	۴
۱/۵	<p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \rightarrow f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \quad (۰/۲۵) =</math></p> $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ x-1 }{x-1} \rightarrow \begin{cases} f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{x-1} = 1 \quad (۰/۲۵) \\ f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x-1)}{x-1} = -1 \quad (۰/۲۵) \end{cases}$ $\tan \theta = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} = \frac{-1 - 1}{1 - 1} = \text{تعریف نشده} \quad (۰/۲۵) \rightarrow \theta = \frac{\pi}{2} \quad (۰/۲۵)$ <p>(مشابه تمرین در کلاس صفحه ۱۳۴)</p>	۵

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۳/۵	دوره پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۴	
نمره	راهنمای تصحیح	

۱/۵	$f'(x) = g'(x)\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}g(x) \quad (۰/۷۵)$ $f'(۴) = g'(۴)\sqrt{۴} + \frac{1}{2\sqrt{۴}}g(۴) = ۷ \times ۲ + \frac{1}{۴} \times ۸ = ۱۶ \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p> <p style="text-align: right;">(مسئله ۶ کتاب صفحه ۱۵۰)</p>	۶												
۲	<p>الف) <math>ye^{xy} + y'xe^{xy} + 3x^2 - y' \cos y = 2 \quad (۱/۲۵)</math></p> <p>ب) <math>y' = \frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}} \quad (۰/۷۵)</math></p> <p style="text-align: right;">(مبحث مشتق گیری ضمنی - تابع نمایی و لگاریتمی طبیعی صفحات ۱۶۳-۱۵۴)</p>	۷												
۱	$f'(x) = \frac{-1}{(x+2)^2} \quad (۰/۲۵) \rightarrow f'(-۳) = -1 \quad (۰/۲۵)$ $(f^{-1})'(۰) = \frac{1}{f'(-۳)} = -1 \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: right;">(مشابه مسئله ۱۰ صفحه ۱۶۴)</p> <p>معادله ی خط مماس: <math>y + 3 = -1(x - 0) \rightarrow y = -x - 3 \quad (۰/۲۵)</math></p>	۸												
۱/۲۵	$D = \mathbb{R} \quad f'(x) = 3x^2 - 2 \quad (۰/۲۵)$ $f'(x) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=1 & \text{قابل قبول} \quad (۰/۲۵) \\ x=-1 & \text{قابل قبول} \quad (۰/۲۵) \end{cases}$ <p> <math>f(1) = -1 \quad (۰/۲۵)</math> مینیمم مطلق    <math>f(-1) = 3</math>    <math>f(\frac{-3}{2}) = \frac{17}{8}</math>    <math>f(2) = 19 \quad (۰/۲۵)</math> ماکسیمم مطلق  (مسئله ۴ کتاب قسمت الف صفحه ۱۹۰) </p>	۹												
۱/۲۵	$D = \mathbb{R} \quad f'(x) = \frac{1}{3\sqrt{x^2}} \quad (۰/۲۵) \quad f''(x) = \frac{-2}{9\sqrt{x^3}} \quad (۰/۵)$ $9\sqrt{x^3} = 0 \rightarrow x = 0 \quad (۰/۲۵)$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>-\infty</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>0</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>y''</math></td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">+</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">-</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>y</math></td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">∪</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">∩</td> <td></td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p> <p style="text-align: right;">نقطه <math>(0, 1)</math> نقطه عطف تابع است. <math>(۰/۲۵)</math>  (مشابه تمرین در کلاس صفحه ۱۸۴ کتاب)</p>	$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$	$y''$	+	-		$y$	∪	∩		۱۰
$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$											
$y''$	+	-												
$y$	∪	∩												

ادامه در برگه ی سوم

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۳/۵	دوره پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۴	
نمره	راهنمای تصحیح	
ردیف		

۱۱	$D = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$ $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -\infty$ , $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = +\infty \Rightarrow x = -1$ (۰/۲۵) مجانب قائم $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$ , $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty \Rightarrow x = 1$ (۰/۲۵) مجانب قائم $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1$ (۰/۲۵) مجانب افقی $f'(x) = \frac{-2x}{(x^2-1)^2}$ (۰/۲۵) <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td><math>-\infty</math></td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>+</td> <td>  </td> <td>+ 0 -</td> <td>  </td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td><math>\nearrow +\infty</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>\nearrow 0</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>\searrow +\infty</math></td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p>  <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p> <p style="text-align: right;">(مثال کتاب صفحه ۲۰۲)</p>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'	+		+ 0 -		-	y	$\nearrow +\infty$	$-\infty$	$\nearrow 0$	$-\infty$	$\searrow +\infty$
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$														
y'	+		+ 0 -		-														
y	$\nearrow +\infty$	$-\infty$	$\nearrow 0$	$-\infty$	$\searrow +\infty$														
۱۲	$\sum_{k=1}^{20} (4k^2 - 3k + 5) = 4 \sum_{k=1}^{20} k^2 - 3 \sum_{k=1}^{20} k + 5 \sum_{k=1}^{20} 1 = 4 \times \frac{20(20+1)(2 \times 20 + 1)}{6} - 3 \times \frac{20(20+1)}{2} + 5 \times 20$ (۰/۲۵) $= 10950$ (۰/۲۵) پاسخ صحیح <p style="text-align: right;">(مشابه مثال کتاب صفحه ۲۱۸)</p>																		
۱۳	$\bar{f} = \frac{1}{\pi - 0} \int_0^\pi \sqrt{\frac{1 + \cos 2x}{2}} dx$ (۰/۲۵) $= \frac{1}{\pi} \int_0^\pi  \cos x  dx$ (۰/۲۵) $= \frac{1}{\pi} \left( \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^\pi -\cos x dx \right)$ (۰/۵) $= \frac{1}{\pi} \left( \sin \frac{\pi}{2} - \sin 0 \right) + \left( -\sin \pi + \sin \frac{\pi}{2} \right) = \frac{2}{\pi}$ (۰/۲۵) <p style="text-align: right;">(مشابه مسئله ۴ کتاب صفحه ۲۴۹)</p>																		
۱۴	$\int (2x^2 + \sqrt{x} - 1) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} - x + c$ (۱) <p style="text-align: right;">(مشابه مثال صفحه ۲۴۳)</p>																		
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر																		