

ساعت امتحان : ۸:۳۰ صبح  
تاریخ امتحان : ۱۳۹۵/۱۰/۶  
تعداد برگ : ۲ برگ ۴ صفحهش سندلی (ش داوطلب) : نام واحد آموزشی : **دبیرستان انرژی اتمی ایران** نوبت امتحانی: دی ماه ۹۵ پایه: سوم  
نام و نام خانوادگی: پدر : رشته: ریاضی وقت امتحان : ۱۰۰ دقیقه  
سوالات امتحان درس : جبر و احتمال نام دبیر: جناب آقای بیگدلی سال تحصیلی: ۹۶-۱۳۹۵

۱- جاهای خالی را با عبارت‌های مناسب کامل کنید. (۱ نمره)

(الف) استدلال ..... روش نتیجه‌گیری کلی بر مبنای مجموعه محدودی از مشاهدات است.

(ب) هنگامی از استدلال ..... استفاده می‌کنیم که مطمئن هستیم نتیجه‌ی مسئله همیشه درست است.

(ج) احکامی که همیشه برقرار هستند را ..... می‌نامند.

(د) مثال نقض، مثالی است که نشان می‌دهد نتیجه کلی ..... است.

۲- با استفاده از استقرای ریاضی برای هر عدد طبیعی  $n$  ثابت کنید: (۲ نمره)

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left( \frac{n(n+1)}{2} \right)^2$$

۳- اگر  $n$  عدد صحیح و مضرب چهار باشد. با استفاده از استدلال استتجاجی بزرگ‌ترین عددی که  $n^2 - 4n$  همواره بر آن بخش پذیر است را بیابید.  
(۱/۵ نمره)

۴- با استفاده از اثبات بازگشتی ثابت کنید: (۲ نمره)

$$\frac{xy}{z} + \frac{xz}{y} + \frac{yz}{x} \geq x + y + z$$

(نشان دهید که عدد صحیح مثبتی باشد.)

۵- با برهان خلف ثابت کنید  $\sqrt[3]{3}$  عددی گنگ است. (۲ نمره)

۶- ثابت کنید در یک دبیرستان با ۲۲۵ دانش آموز، حداقل چهار نفر روز هفته و ماه تولد یکسان دارند. (۱/۵ نمره)

۷- با استفاده از جبر مجموعه‌ها ثابت کنید: (۲ نمره)

$$(A \cup B) - (B \cup C) = (A - B) - C$$

۸- اگر  $A = \{4^x \mid x \in \mathbb{Z}, -1 \leq x \leq 1\}$  و  $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 \leq 3\}$  باشد مجموعه  $A^2 - A \times B$  را با اعضا نشان دهید. (۲ نمره)

۹- نمودار رابطه‌های زیر را رسم نمایید: (۲ نمره)

$$R_1 = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R}, [x][y] = 2\}$$

$$R_2 = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 \geq 2\}$$

۱۰- اگر  $i \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$  و  $A_i = \left[-i, \frac{9-i}{2}\right]$  آن‌گاه مجموعه‌ی  $(A_7 \cap A_8) - (A_1 \cap A_7)$  را به دست آورید. (۲ نمره)

۱۱- مجموعه‌ی  $A = \{1, 2, 3, \dots, 15\}$  را در نظر بگیرید مطلوب است: (۲ نمره)

الف) تعداد کل زیر مجموعه‌های مجموعه‌ی  $A$ .

ب) تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه‌ی  $A$  که سه عضوی باشد و مجموع اعضای آن زوج باشد.