

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳	رشته: علوم تجربی	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۳/۳	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۵			
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir			

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلا مانع است		
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارات های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر اعضای S قابل شمارش باشد، آن را یک فضای نمونه ای گسسته می نامیم.</p> <p>ب) در پرتاب دو سکه با هم، پیشامد آن که دقیقاً یک بار "رو" بیاید برابر است با $A = \{(P, R), (R, P)\}$</p> <p>ج) اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند و $A \cap B \neq \emptyset$ در این صورت آن ها را دو پیشامد ناسازگار می نامیم.</p> <p>د) اگر $A = (0, 1)$ و $B = (-1, 1]$ آن گاه $A \cup B = (-1, 1)$</p>	۱
۲	<p>اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند به طوری که $P(A) = \frac{2}{5}$ و $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$ آن گاه $P(B')$ را به دست آورید.</p>	۱
۳	<p>از بین ۶ دانش آموز سال دوم و ۵ دانش آموز سال سوم می خواهیم یک تیم ۳ نفره تشکیل دهیم. احتمال هر یک از پیشامد های زیر را به دست آورید.</p> <p>الف) فقط دو دانش آموز از سال دوم باشند.</p> <p>ب) حداقل دو دانش آموز از سال سوم باشند.</p>	۱/۵
۴	<p>در یک تیم والیبال ۶ نفره، چقدر احتمال دارد که هیچ دو نفری در یک روز از سال متولد نشده باشند؟ (سال را ۳۶۵ روز بگیرید.)</p>	۰/۷۵
۵	<p>اگر $x = 2$ یک جواب معادله $\frac{2x^2}{a+x} + \frac{a-x}{x} = \frac{a}{x}$ باشد،</p> <p>الف) a را تعیین کنید.</p> <p>ب) به ازای $a = 0$ ریشه دیگر این معادله را در صورت وجود به دست آورید.</p>	۱/۲۵
۶	<p>فرض کنید $\tan \alpha = -\frac{1}{2}$ و α زاویه ای منفرجه باشد، عبارت $\cos 2\alpha$ را محاسبه کنید.</p>	۱/۲۵
۷	<p>اگر $f(x) = \begin{cases} ax - 3 & x < 0 \\ 2bx^2 + 5 & x \geq 0 \end{cases}$، a و b را طوری بیابید که نمودار تابع f از نقطه $A(2, -3)$ بگذرد و داشته باشیم: $f(-2) = 3$</p>	۱
۸	<p>نمودار تابع $y = -2 x - 3$ را رسم کنید.</p>	۱
۹	<p>دو تابع $f(x) = \sqrt{1-x}$ و $g(x) = \sqrt{x-1}$ را در نظر بگیرید.</p> <p>الف) دامنه $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.</p> <p>ب) تابع $P(x) = f(x) + g(x)$ را به دست آورید.</p>	۲/۲۵
ادامه سؤالات در صفحه دوم		

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳	رشته: علوم تجربی	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۳/۳	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۵			
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir			
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
نمره			

۰/۷۵	در صورتی که $f(x-3) = \frac{x+5}{x-1}$ ، $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ را حساب کنید.	۱۰
۱۱	هر یک از حدهای زیر را به دست آورید.	
۳	الف) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x+6} + x}{x^2 - 4}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-2}{\sin x}$ ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-6x + \sqrt{x+1}}{2x - \sqrt{4x^2 - 1}}$ د) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 4x}{\cos 4x \sin 2x}$	
۱/۲۵	عدد های a و b را چنان بیابید که تابع $f(x) = \begin{cases} x + ax & x < 0 \\ x & x = 0 \\ x^3 + 4b & x \geq 0 \end{cases}$ در نقطه $x_0 = 0$ پیوسته باشد.	۱۲
۱/۲۵	اگر $P(t) = 2000 + 500t^2$ نمایش جمعیت یک نوع باکتری در زمان t باشد (t بر حسب ساعت)، الف) آهنگ متوسط افزایش جمعیت را در ۴ ساعت اول پس از زمان $t_0 = 1$ به دست آورید. ب) آهنگ لحظه ای افزایش جمعیت را در $t = 2$ به دست آورید.	۱۳
۲/۲۵	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $f(x) = \sqrt{\frac{2x-4}{x+5}}$ ب) $g(x) = (1 + \sin 3x)^4 \times \tan\left(\frac{1}{x}\right)$	۱۴
۰/۵	دامنه مشتق پذیری تابع $f(x) = 2x + \sqrt{x}$ را مشخص کنید.	۱۵
۲۰	جمع نمره	"موفق باشید"

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۳/۳
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور (خرداد ماه) سال ۱۳۹۵	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

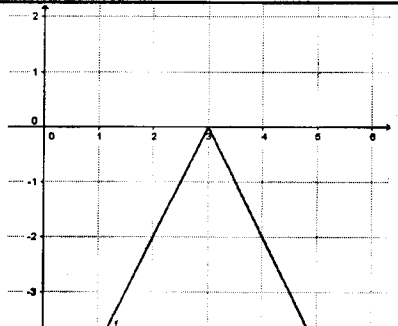
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) درست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) ج) نادرست (۰/۲۵) د) نادرست (۰/۲۵) (صفحات: ۲ و ۳ و ۵ و ۲۲)	۱
۲	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ (۰/۲۵) $\frac{1}{2} = \frac{2}{5} + P(B) - \frac{2}{5} \times P(B)$ (۰/۲۵) $P(B) = \frac{1}{6}$ (۰/۲۵) و $P(B') = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ (۰/۲۵) (صفحه ۷)	۱
۳	الف) $P(A) = \frac{\binom{6}{2} \binom{5}{1}}{\binom{11}{3}} = \frac{75}{165}$ (۰/۲۵) ب) $P(B) = \frac{\binom{5}{2} \binom{6}{1} + \binom{5}{3}}{\binom{11}{3}} = \frac{70}{165}$ (۰/۲۵) (صفحه ۹)	۱/۵
۴	$p(A) = \frac{365}{365} \times \frac{364}{365} \times \frac{363}{365} \times \frac{362}{365} \times \frac{361}{365} \times \frac{360}{365}$ (صفحه ۱۵)	۰/۲۵
۵	الف) $\frac{a}{a+2} + \frac{a-2}{2} = \frac{a}{2} \Rightarrow \frac{a}{a+2} = \frac{2}{2} \Rightarrow a = 6$ (۰/۲۵) ب) $\frac{2x^2}{x} + \frac{-x}{x} = 0 \Rightarrow \frac{2x^2 - x}{x} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) $x = 0$ غ.ق. (صفحه ۲۸)	۱/۲۵
۶	$\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{4}{5}$ $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 2 \times \left(\frac{4}{5}\right) - 1 = \frac{3}{5}$ (با توجه به این که در سؤال در اثر اشکال ناییبی به جای $\frac{1}{2}$ عدد $\frac{1}{2}$ تایپ شده است، در زمان تصحیح چنانچه داوطلب با $\frac{1}{2}$ حل نموده است، نمره کامل منظور گردد.) (صفحات: ۳۶ و ۳۷)	۱/۲۵

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۳/۳
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور (خرداد ماه) سال ۱۳۹۵	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۷	$f(-2) = -2a - 3 = 3 \quad (0/25) \Rightarrow a = -3 \quad (0/25)$ $ab + 5 = -3 \quad (0/25) \Rightarrow b = -1 \quad (0/25)$ (صفحات: ۴۶ و ۵۰)	۱
---	--	---

۸	$f(x) = \begin{cases} -2(x-3) & x \geq 3 \quad (0/25) \\ 2(x-3) & x < 3 \quad (0/25) \end{cases}$ رسم شکل (۰/۵) (صفحه ۵۱)		۱
---	--	--	---

۹	الف) $D_f = (-\infty, 1] \quad (0/25)$, $D_g = [1, +\infty) \quad (0/25)$ (صفحه ۶۲ و ۶۵) $D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} \quad (0/25) \Rightarrow$ $D_{g \circ f} = \{x \in (-\infty, 1] \mid \sqrt{1-x} \in [1, +\infty)\} \quad (0/25) \Rightarrow D_{g \circ f} = (-\infty, 0] \quad (0/25)$ ب) $D_p = D_f \cap D_g = \{1\}$, $P(x) = f(x) + g(x) = \sqrt{1-x} + \sqrt{x-1} \quad (0/25) \Rightarrow P = \{(1, 0)\} \quad (0/25)$	۲/۲۵
---	---	------

۱۰	$f(x-3) = \frac{x-3+8}{x-3+2} \quad (0/25) \Rightarrow f(t) = \frac{t+8}{t+2} \quad (0/25)$ $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{9}{3} = 3 \quad (0/25)$ (صفحه ۸۶)	۰/۲۵
----	--	------

۱۱	الف) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+6-x^2}{(x-2)(x+2)(\sqrt{x+6}-x)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{-(x+2)(x-3)}{(x-2)(x+2)(\sqrt{x+6}-x)} = \frac{-5}{16}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x-2}{\sin x} = \frac{-2}{0^+} = +\infty \quad (0/25)$ ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-6x}{3x-2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-6x}{x} = -6 \quad (0/25)$ د) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\cos 4x} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 4x}{\sin 2x} = \frac{1}{1} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 4x}{\sin 2x} = \frac{4}{2} = 2 \quad (صفحات ۱۱۴-۱۰۳-۹۴-۸۹)$	۳
----	--	---

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۳/۳
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور (خرداد ماه) سال ۱۳۹۵	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://ace.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۲	$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{ x }{x} + a \right) = -1 + a \quad (0/25)$ $\Rightarrow -1 + a = 4b = 2 \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2 + 4b) = 4b \quad (0/25)$ $\Rightarrow a = 3 \quad (0/25), \quad b = \frac{1}{4} \quad (0/25)$ <p style="text-align: right;">(صفحه ۱۲۱)</p>	۱/۲۵
۱۳	<p>الف) $\frac{p(5) - p(1)}{4} = \frac{14500 - 2500}{4} = 3000 \quad (0/25)$</p> <p>ب) $p'(t) = 1000t \quad (0/25) \Rightarrow p'(2) = 2000 \quad (0/25)$</p> <p style="text-align: right;">(صفحه ۱۳۰)</p>	۱/۲۵
۱۴	<p>الف) $f'(x) = \frac{\frac{2(x+5) - 1(2x-4)}{(x+5)^2}}{2 \times \sqrt{\frac{2x-4}{x+5}}} \quad (0/25)$</p> <p>ب) $g'(x) = \underbrace{4(3 \cos 3x)}_{(0/25)} \underbrace{(1 + \sin 3x)^3}_{(0/25)} \times \underbrace{\tan\left(\frac{1}{x}\right)}_{(0/25)} + \underbrace{\left(\frac{-1}{x^2}\right)}_{(0/25)} \underbrace{(1 + \tan^2 \frac{1}{x})}_{(0/25)} \times \underbrace{(1 + \sin 3x)^4}_{(0/25)}$</p> <p style="text-align: right;">(صفحات ۱۳۹ و ۱۴۳)</p>	۲/۲۵
۱۵	$f'(x) = 2 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad (0/25) \Rightarrow D_{f'} = (0, +\infty) \quad (0/25)$ <p style="text-align: right;">(صفحه ۱۴۰)</p>	۰/۵

باسلام و خسته نباشید، مصححین محترم، لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایند.