

چهاردهمین المپیاد کامپیوتر کشور (مرحله ی اول) - ۱۷ بهمن ۱۳۸۲

مدت آزمون: ۲۴۰ دقیقه، شروع از ساعت ۹ صبح

۱) در یک جدول نامتناهی دو نفر با نام های X و O با هم یک بازی $X-O$ انجام می دهند. اول X بازی می کند. او یک x در یک خانه ی جدول می نویسد. سپس O یک o در یک خانه ی دل خواه دیگر می نویسد و این کار تکرار می شود. X برنده است اگر موفق شود ۳ تا x در یک ستون یا در یک سطر پشت سر هم ردیف کند. به همین ترتیب، O برنده است اگر ۳ تا o را بتواند در یک سطر یا در یک ستون پشت سر هم بنویسد. می دانیم که X می تواند طوری بازی کند که برنده شود. اگر O بهترین بازی خود را انجام دهد، X چند حرکت نیاز دارد تا حتما برنده شود؟

- الف) ۳ ب) ۴ ج) ۵ د) ۶ ه) ۷

۲) برای کدام یک از مقادیر n می توان اعداد ۱ تا n را به دو دسته تقسیم کرد که مجموع اعداد هر دسته برابر باشد؟

- الف) ۲۰۰۳ ب) ۲۰۰۲ ج) ۱۳۸۲ د) ۱۰ ه) ۹

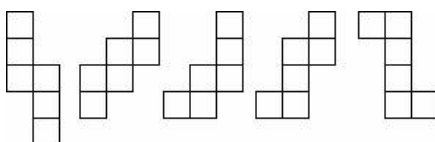
۳) یک گروه «انسان نما» شامل ۵ میمون است که بین هر دو میمون رابطه ی «دوستی» یا «دشمنی» برقرار است. این رابطه دو طرفه است، یعنی اگر a با b دوست (یا دشمن) باشد، b هم با a دوست (یا دشمن) است. هم چنین می دانیم که دوست دوست یک میمون و نیز دشمن دشمن او حتما دوست او است. چند گروه انسان نمای مختلف موجود است؟ توجه کنید که میمون های این گروه از هم متفاوت نیستند!

- الف) ۱ ب) ۲ ج) ۳ د) ۴ ه) ۸

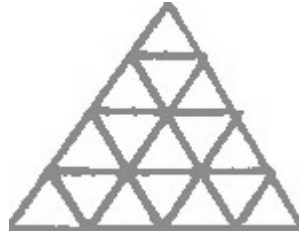
۴) ۱۰ نفر با نام های a_1 تا a_{10} داریم که هر کدام یا راست گو ست و یا دروغ گو. راست گو همیشه راست و دروغ گو همیشه دروغ می گوید. به چند طریق می توان دروغ گو یا راست گو بودن a_1 تا a_{10} را تعیین کرد به طوری که هر نفر بتواند این جمله را بگوید که «از ۹ نفر دیگر، دقیقا ۳ نفر راست گو و بقیه دروغ گو هستند.»؟

- الف) ۱ ب) ۱۰ ج) ۱۲۰ د) ۱۲۱ ه) ۲۱۱

۵) چه تعدادی از این شکل ها را می توان با تا کردن از روی خطوط به یک مکعب واحد تبدیل کرد؟



- الف) ۱ ب) ۲ ج) ۳ د) ۴ ه) ۵



الف) ۱ و ۱۶ (ب) ۱۶ و ۱ (ج) ۱۶ و ۱۶ (د) ۰ و ۱۶ (ه) ۰ و ۱۲۸

۱۰) اگر بتوانیم اعداد ۱، ۲، ...، k را طوری با هم جمع و تفریق کنیم که حاصل بر ۱۱ بخش پذیر شود، می‌گوییم k عددی «خوب» است. برای مثال اعداد ۵ و ۳ هر دو عدد خوب هستند. زیرا $۱+۲-۳=۰$ و $۱-۲+۳+۴+۵=۱۱$. کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد اعداد خوب درست است؟

الف) همه‌ی اعداد فرد بزرگ‌تر از ۱۰ خوب هستند.

ب) همه‌ی اعداد خوب بزرگ‌تر از ۱۰ فرد هستند.

ج) همه‌ی اعداد زوج بزرگ‌تر از ۱۰ خوب هستند.

د) از هر ۵ عدد متوالی بزرگ‌تر از ۱۰ حداکثر ۳ تا خوب هستند.

ه) گزینه‌های الف و ج هر دو صحیح هستند.

۱۱) دو دنباله‌ی ۱۰ تایی از ارقام ۰ و ۱ داده شده‌اند. در هر حرکت می‌توانیم وضعیت ارقام A را از سمت چپ تا جای دل‌خواهی عوض کنیم (یعنی هر رقم ۱ را به ۰ و هر رقم ۰ را به ۱ تبدیل کنیم). اگر $A=۱۰۱۱۱۰۰۱۰۰$ و $B=۰۰۱۱۰۱۰۰۱۰$ باشد، حداقل چند حرکت لازم است تا A به B تبدیل شود؟

الف) ۵ (ب) ۶ (ج) ۱۰ (د) ۱۱ (ه) نمی‌توان از A به B رسید.

۱۲) می‌خواهیم k اسب شطرنج با شماره‌های ۱ تا k را طوری در صفحه‌ی ۵×۵ قرار دهیم تا بتوان اسب‌ها را به ترتیب شماره‌هایشان سک‌بار حرکت داد به طوری که در هیچ زمانی در یک خانه دو اسب قرار نگیرد. یک حرکت اسب به صورت L یعنی حرکت به ۲ خانه عمودی (یا افقی) بعدی و سپس یک خانه در جهت افقی (یا عمودی) است. بیشینه‌ی مقدار k چند است؟

الف) ۱۲ (ب) ۱۳ (ج) ۲۰ (د) ۲۲ (ه) ۲۴

۱۳) به ازای کدام یک از مقادیر n که در گزینه‌ها آمده است، نمی‌توان اعداد ۱ تا n را در یک ردیف طوری قرار داد که: هر عدد دقیقاً یک بار آمده باشد، و اگر اختلاف هر دو عدد متوالی را بنویسیم تمام اعداد ۱ تا $n-۱$ نوشته شده باشند؟

الف) ۲۰ (ب) ۳۲ (ج) ۳۷ (د) ۴۸ (ه) به ازای همه‌ی مقادیر n این کار ممکن است.

۱۴) عدد یک جای گشت عبارت است از تعداد جفت عددهای متوالی که هر دو عدد آن فرد باشند منهای تعداد جفت عددهای متوالی که هر دو عدد آن زوج باشند. برای مثال عدد جای گشت ۲۴۱۳۵۶ برابر $۱=۱-۲$ است. بیشینه ی اعداد جای گشت های ۱ تا ۲۰ چیست؟

الف) ۰ ب) ۹ ج) ۹ د) ۱۰ ه) ۱۹

۱۵) هادی و کاوه مشغول بازی هستند. بازی به این صورت است که هر نفر در نوبت خود یکی از اعداد ۱ تا ۹ را که تا کنون نوشته نشده در یکی از خانه های خالی جدول می نویسد. این کار ادامه می یابد تا جدول پر شود. در انتها، ۴ عدد که حاصل ضرب های ۳ عدد سطر وسط، ۳ عدد ستون وسط و ۳ عدد روی هر قطر مربع هستند را حساب می کنند و این ۴ حاصل ضرب حاصل ضرب را با هم جمع می کنند. کاوه می خواهد این مجموع را زیاد و هادی می خواهد این مجموع را کم کند. برای مثال این مجموع برای جدول روبرو برابر است با: $۵۰۴+۲۷۰+۱۸+۱۰۸=۹۰۰$: $(۸ \times ۹ \times ۷) + (۶ \times ۹ \times ۵) + (۱ \times ۹ \times ۲) + (۴ \times ۹ \times ۳)$

۱	۶	۳
۸	۹	۷
۴	۵	۲

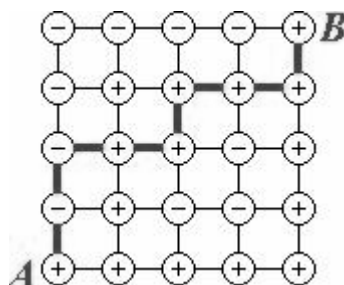
فرض کنید هادی و کاوه هر دو به بهترین نحو ممکن بازی می کنند و کاوه شروع کننده ی بازی است. کدام یک از گزینه های زیر صحیح است؟

الف) مجموع نهایی بین ۲۰۰ تا ۴۰۰ است. ب) مجموع نهایی بین ۴۰۱ تا ۶۰۰ است.

ج) مجموع نهایی بین ۶۰۱ تا ۸۰۰ است. د) مجموع نهایی بزرگ تر از ۸۰۰ است.

ه) اطلاعات برای تعیین محدوده ی مجموع نهایی کافی نیست.

۱۶) در شکل مقابل، چند مسیر مختلف به طول ۷ از A به B که تعداد زوجی علامت - داشته باشد؟ یکی از این مسیر ها در شکل نشان داده شده است.



الف) ۱۶ ب) ۳۲ ج) ۳۳ د) ۳۵ ه) ۶۴

۱۷) ۵۰ سکه ی ۱ تومانی و یک دستگاه داریم. هر بار می توان دو سکه ی a و b تومانی را وارد دستگاه کرد و یک سکه ی $a+b$ تومانی دریافت نمود. می دانیم که برای هر عدد طبیعی سکه وجود دارد. حداقل چند بار از این دستگاه استفاده کنیم تا ۵۰ سکه ی ۱ تومانی اولیه به یک سکه ی ۵۰ تومانی تبدیل شود؟

الف) ۴۵ ب) ۴۶ ج) ۴۷ د) ۴۸ ه) ۴۹

۱۸) همان سوال قبلی را با این فرض که در ابتدا ۴۰ سکه ی ۱ تومانی در اختیار داریم در نظر بگیرید. برای تبدیل این سکه ها به یک سکه ی ۴۰ تومانی حداقل چند نوع سکه ی مختلف تولید می شود؟ برای مثال، برای تولید یک سکه ی ۸ تومانی ۴ سکه ی مختلف ۱، ۲، ۴ و ۸ تومانی تولید می شود.

الف) ۷ ب) ۸ ج) ۹ د) ۱۰ ه) ۱۱

۱۹) ۱۳۸۲ وزنه ی یک شکل و با وزن های متمایز داریم که وزن هر کدام توانی از ۲ است. یک ترازو ی دو کفه ای در اختیار داریم. در هر بار «توزین» می توانیم تعدادی از وزنه ها را در یک کفه و بقیه ی وزنه ها را در کفه ای دیگر قرار دهیم (همه ی وزنه ها باید در دو کفه ی ترازو قرار گیرند) و مجموع وزن وزنه های موجود در دو کفه را با هم مقایسه کرد. با حداقل چند بار توزین می توان سنگین ترین وزنه را پیدا کرد؟

الف) ۱۱ ب) ۲۲ ج) ۶۹۱ د) ۱۳۸۱ ه) این کار ممکن نیست.

۲۰) در سوال قبل، سبک ترین وزنه را حداقل با چند بار توزین می توان پیدا کرد؟

الف) ۱۱ ب) ۲۲ ج) ۶۹۱ د) ۱۳۸۱ ه) این کار ممکن نیست.

۲۱) فردی در نقطه ی $(۲,۳)$ جدول مختصات قرار دارد. او در هر حرکت اگر در نقطه ی (i,j) باشد، می تواند به یکی از نقطه های $(i+i \times j, j)$ ، $(i-i \times j, j)$ ، $(i, j+i \times j)$ یا $(i, j-i \times j)$ برود. با تکرار این حرکت ها، این فرد به کدام یک از نقطه های زیر می تواند برسد؟

الف) $(-۲۵۶, ۹۰۰۲)$ ب) $(۱۵۳۵, -۲۵۳۰۱)$ ج) $(-۱۸, ۱۵۴۰۰)$

د) $(۳۲, -۹۲۰۷)$ ه) $(-۱۷۰۱, ۲۵۶)$

۲۲) یک جدول ۵×۵ داریم که آن را به صورت شطرنجی سیاه و سفید کرده ایم به طوری که گوشه های جدول سیاه شده اند. در ابتدا در خانه ی سطر ۱ و ستون ۱ (خانه ی بالا و سمت چپ) قرار داریم. در هر مرحله اگر در خانه ی سیاه هستیم یک خانه به پایین و اگر در خانه ی سفید هستیم، یک خانه به راست می رویم. دقت کنید که اگر به انتهای سطر یا ستون برسیم از طرف دیگر وارد می شویم. بعد از ۱۳۸۲ مرحله در کدام خانه هستیم؟

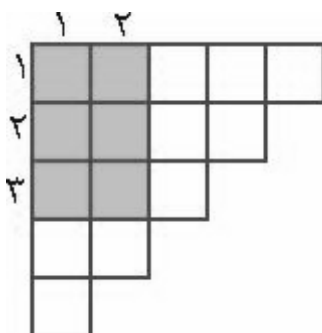
الف) سطر ۱ و ستون ۱ ب) سطر ۲ و ستون ۲ ج) سطر ۱ و ستون ۵

۵ سطر و ۴ ستون ۵

۴ سطر و ۵ ستون ۴

۲۳) پشت هر یک از خانه های جدول رو به رو یک عدد نوشته شده است. این اعداد دیده نمی شوند. می خواهیم با کم ترین تعداد پرسش مجموع همه ی اعداد این جدول را بیابیم. در هر پرسش یک خانه ی X را مشخص می کنیم. در پاسخ، مجموع اعداد موجود در

مستطیلی که خانه ی $(1,1)$ ، گوشه ی بالا و سمت چپ و خانه ی X گوشه ی پایین و سمت راست آن است گزارش می شود. مثلا مستطیل مربوط به خانه ی $(3,2)$ در شکل مقابل نشان داده شده است. کمینه ی تعداد پرسش های لازم چند تا است؟



الف) ۵ ب) ۹ ج) ۱۰ د) ۱۴ ه) ۱۵

۲۴) می دانیم که عدد n ام فیبوناچی، یا F_n به این صورت تعریف می شود: $F_1=1, F_2=1, F_n=F_{n-1}+F_{n-2}$ برای $n \geq 3$. برای چه تعداد $0 \leq n \leq 100$ عدد F_n بر ۱۳ بخش پذیر است؟

الف) ۹ ب) ۱۱ ج) ۱۳ د) ۱۵ ه) ۱۷

۲۵) در یک کشور با واحد پول «تورو» دو نوع سکه ی پول خرد وجود دارد: ۱ تورو بی و X تورو بی. مقدار X چه قدر باشد تا اگر همه ی مبالغ ۱ تورو تا ۱۰۲۴ تورو را به سکه های پول خرد تبدیل کنیم، مجموع تعداد سکه های حاصل کمینه شود؟ فرض می کنیم که در هر خرد کردن کم ترین تعداد سکه را به دست می آوریم.

الف) ۲ ب) ۱۰ ج) ۳۲ د) ۱۲۸ ه) ۵۱۲

۲۶) فرض کنید که $p(i)$ حاصل ضرب ارقام غیر صفر عدد صحیح ده دهی i است. مثلا، $p(205)=10$. مقدار $p(1)+p(2)+\dots+p(998)+p(999)$ چه قدر است؟

الف) 45^3-1 ب) 45^3-45^2 ج) 45×46^2 د) 46^3-1 ه) 46×45^2

۲۷) جدول مختصات را در نظر بگیرید. در ثانیه ی صفر همه ی نقطه های آن سفید اند به غیر از نقطه ی $(1,0)$ که سیاه است. می دانیم که اگر در ثانیه ی t نقطه ی (i,j) سیاه و اختلاف i و j برابر k باشد، در ثانیه ی $t+1$ علاوه بر نقطه ی (i,j) ، نقطه های $(i+k,j)$ ، $(i-k,j)$ ، $(i,j+k)$ و $(i,j-k)$ نیز سیاه خواهند شد. در پایان ثانیه ی ۶ چند خانه ی سیاه در جدول موجود است؟

الف) ۱۳۹ ب) ۱۵۶ ج) ۱۹۱ د) ۲۵۳ ه) ۵۴۶۱

۲۸) از هر نفر در یک گروه ۱۶ نفره می پرسیم که چند نفر دیگر در گروه وجود دارند که هم قد او هستند. ۱۵ تا از جواب ها این چنین اند: ۶ تا جواب ۱، ۶ تا جواب ۲، ۳ تا جواب ۳. با فرض آن که همه راست می گویند، جواب نفر ۱۶ ام چیست؟

الف) ۱ ب) ۲ ج) ۳ د) ۴ ه) چنین جواب هایی ممکن نیست.

۲۹) ۸۲ کارت به ترتیب بر روی هم قرار دارند. بر روی این کارت ها اعداد دل خواه ولی متمایزی نوشته شده اند. یک نفر دنباله ای از دستور های (i,j) را به ترتیب بر روی این کارت ها اجرا می کند. دستور (i,j) یعنی این که اگر عدد نوشته شده بر روی کارت i ام (از بالا) از عدد نوشته شده بر روی کارت j ام بیش تر باشد، این دو کارت جا به جا شوند. توجه کنید که این کار تغییری در ترتیب کارت های دیگر ایجاد نمی کند. دستور های مقابل را یک بار از ابتدا تا انتها به ترتیب بر روی کارت های ورودی اجرا می کنیم. کدام یک از گزینه های زیر بهترین جواب برای وضعیت نهایی کارت ها است؟

(۱،۲)

(۲،۳)

(۱،۲)

(۳،۴)

(۲،۳)

(۴،۵)

(۳،۴)

(۵،۶)

(۴،۵)

.

.

.

(۸۰،۸۱)

(۷۹،۸۰)

(۸۱،۸۲)

(۸۰،۸۱)

الف) کارت‌ها بر حسب عددشان از بالا به پایین به صورت صعودی مرتب می‌شوند.

ب) کارت با بزرگ‌ترین عدد، پایین‌ترین کارت خواهد شد.

ج) کارت با بزرگ‌ترین عدد در پایین و کارت با دومین بزرگ‌ترین عدد درست بالای آن خواهد بود.

د) کارت با کوچک‌ترین عدد اولین کارت خواهد بود.

ه) کارت با کوچک‌ترین عدد اولین کارت و کارت با دومین کوچک‌ترین عدد کارت دوم خواهد بود.

۳۰) سه دسته کارت به ترتیب با a ، b و c عدد کارت یک شکل داده شده‌اند. این وضعیت را با (a, b, c) نمایش می‌دهیم. هر بار می‌توانیم سه عدد کارت از یک دسته برداریم، یکی از آن‌ها را دور بریزیم و از دو تای دیگر یک کارت به هر کدام از دو دسته دیگر اضافه کنیم. این کار را تا وقتی که ممکن است تکرار می‌کنیم. مثلاً از ترکیب $(3, 1, 4)$ می‌توانیم به صورت زیر به $(0, 2, 1)$ برسیم.

$(3, 1, 4) \rightarrow (0, 2, 5) \rightarrow (1, 3, 2) \rightarrow (2, 0, 3) \rightarrow (3, 1, 0) \rightarrow (0, 2, 1)$

الف) $(0, 0, 0)$ ب) $(2, 1, 0)$ ج) $(2, 2, 0)$ د) $(1, 1, 2)$ ه) $(1, 1, 0)$

۳۱) می‌دانیم که با ۸ رقم دودویی می‌توان اعداد ۰ تا ۲۵۵ را نمایش داد. یعنی اگر عدد دودویی $(a_7 a_6 a_5 a_4 a_3 a_2 a_1 a_0)_2$ باشد مقدار آن برابر $a_7 + 2a_6 + 4a_5 + 8a_4 + 16a_3 + 32a_2 + 64a_1 + 128a_0$ است. اگر رقم a_4 (یعنی رقم با ارزش 2^4) به جای ۰ و ۱، دو مقدار ۱- و ۱ را اختیار کند، تعداد کل اعداد متمایز قابل نمایش با این ۸ رقم دودویی چند تاست؟

الف) ۱۲۸ ب) ۱۴۴ ج) ۱۹۶ د) ۲۵۶ ه) ۲۷۲

۳۲) به چند حالت می‌توان یک جدول 3×3 را با اعداد ۰ و ۱ پر کرد که تعداد ۱‌های موجود در همسایه‌های هر خانه، فرد باشد. دو خانه همسایه‌ی یک دیگر اند اگر در یک ضلع یا یک گوشه مشترک باشند. پس تعداد همسایه‌ها حداقل ۳ و حداکثر ۸ تاست. هیچ خانه‌ای همسایه‌ی خودش محسوب نمی‌شود.

الف) ۰ ب) ۱ ج) ۲ د) ۸ ه) ۳۲

۳۳) عدد صحیح N و یک چراغ روشن مفروض است. دستورالعمل زیر را به ترتیب یک بار برای $N=1382$ و یک بار دیگر برای $N=2004$ اجرا کنید و معین کنید که به ترتیب چند بار در بار اول اجرا ($N=1382$) و چند بار در بار دوم اجرا ($N=2004$)، هوپ می‌گویید. مثلاً اگر دستورالعمل را به ترتیب برای $N=3$ ، و $N=5$ ، اجرا کنید، جواب سوال ۱ و ۰ (یک هوپ برای $N=3$ ، و صفر هوپ برای $N=5$) خواهد بود.

دستورالعمل:

(۱) چراغ را خاموش کن.

(۲) اگر $N=0$ است، برو به ۷ و گر نه برو به ۳.

(۳) N را بر ۲ تقسیم کن. خارج قسمت آن را N و باقی مانده را R نام ده. برو به ۴.

(۴) اگر $R=1$ است برو به ۵ و گر نه برو به ۶.

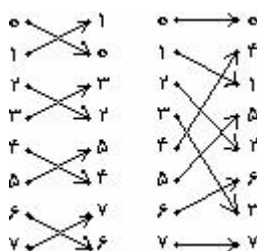
(۵) اگر چراغ خاموش است آن را روشن کن، و گرنه بگو «هوپ». در هر صورت برو به ۲.

(۶) اگر چراغ روشن است آن را خاموش کن و برو به ۲.

(۷) پایان دستورالعمل.

الف) ۲ و ۲ ب) ۲ و ۴ ج) ۶ و ۷ د) ۴ و ۳ ه) ۴ و ۵

(۳۴) ۸ کارت بر روی هم قرار دارند. بر روی این کارت ها اعداد ۰ تا ۷ به ترتیب از بالا به پایین نوشته شده است (کارت ۰ رو ست). دو نوع بر زدن داریم که در شکل مقابل آمده است. یکی «تعویض» که کارت ها را از دو به دو با هم تعویض می کند. دیگری «بر کامل» است که کارت را از رو به دو دسته ی چهار کارتی تقسیم می کند و به صورت کامل دو دسته را با هم بر می زند تا یک دسته کارت ۸ تا یی به وجود آید. ترتیب قرار گرفتن کارت ها پس از یک بر کامل و نیز یک تعویض در شکل نشان داده شده است. می خواهیم با حداقل تعداد بر زدن ها (عدد B) کاری کنیم که در نهایت کارت با یک عدد دل خواه به روی دسته کارت بیاید. بیش ترین مقدار B چه قدر است؟



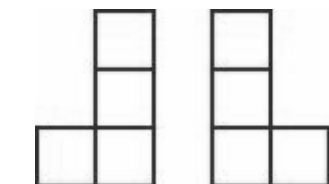
الف) ۳ ب) ۴ ج) ۵ د) ۶ ه) ۷

(۳۵) یک شمارنده ی دودویی سه رقمی به طور معمول اعداد صفر $(000)_2$ تا هفت $(111)_2$ را می شمارد. اگر عدد دودویی شمارنده ی $(a_2a_1a_0)_2$ باشد، عددی که نشان می دهد برابر $a_2a_1+a_1+a_0$ است. فرض کنید یکی از رقم های این شمارنده خراب شده است و به جای ۰ و ۱، دو مقدار دیگر (مثلا ۰ و ۲، ۱ و ۳، ۲ و ۳ یا مقادیر دیگر) را اختیار می کند. در نتیجه شمارنده به جای اعداد ۰ تا ۷، به ترتیب اعداد ۲، ۳، ۴، ۷، ۶، ۷، ۱۰ و ۱۱ را نمایش می دهد. رقم خراب، و دو مقداری که اختیار می کند کدام است؟

الف) رقم a_1 و مقادیر ۱ و ۲ (ب) رقم a_1 و مقادیر ۱ و ۳ (ج) رقم a و مقادیر ۲ و ۳

د) رقم a و مقادیر ۲ و ۴ (ه) رقم a_2 و مقادیر ۱ و ۲

۳۶) می خواهیم خانه های یک جدول 3×3 را با علامت های + و - پر کنیم به طوری که تعداد علامت های + در هر چهار خانه ای که تشکیل یک شکل L- مانند دهد، زوج باشد. شکل L- مانند شکل های مقابل و یا شکلی است که از دوران آن ها به دست می آید. به چند روش می توان این کار را انجام داد؟



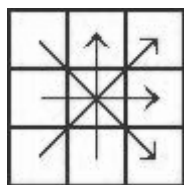
الف) ۴ (ب) ۶ (ج) ۸ (د) ۱۲ (ه) ۱۶

۳۷) دو سینی داریم که در یکی از آن ها ۱۰ بشقاب روی هم چیده شده و سینی دیگر خالی است. هر بشقاب، یکی از ۵ رنگ را دارد و هر رنگ دقیقا ۲ بار آمده است. در یک حرکت، می توان هر کدام از بشقاب های روی سینی اول را برداشت و روی بشقاب های موجود در سینی دوم گذاشت. توجه شود که این بشقاب را فقط روی بشقاب های سینی دوم می توان قرار داد، و نمی توانیم زیر بشقاب دیگری قرار دهیم.

هدف این است که بعد از ۵ حرکت، رنگ بشقاب های دو سینی به ترتیب از پایین به بالا دقیقا یکسان شود. به چند طریق می توان این کار را انجام داد؟

الف) ۳۲ (ب) ۶۴ (ج) ۱۲۰ (د) ۲۵۲ (ه) بستگی به وضعیت ابتدایی دارد.

۳۸) یک جدول 3×3 از اعداد ۱ تا ۵ موجود است. اگر ارقام موجود در هر یک از سطر ها را از چپ به راست، ارقام هر یک از ستون ها را از بالا به پایین، و نیز ارقام دو قطر را به صورت شکل مقابل کنار هم بنویسیم، ۸ عدد سه رقمی به دست خواهد آمد. اگر ۱۱۲، ۱۲۱، ۱۲۳، ۱۵۳، ۲۴۳، ۳۱۳، و ۳۲۲، تا از این اعداد باشند، عدد هشتم کدام است؟



الف) ۵۲۴ (ب) ۴۲۵ (ج) ۲۵۴ (د) ۵۱۲ (ه) ۴۱۵

۳۹) یک عدد، «آینه ای» است اگر از هر دو طرف راست و چپ یک مقدار خوانده شود؛ مثلا اعداد ۱۲۲۱ و ۵۹۵ آینه ای هستند ولی ۱۰۱۰ نیست. یک ساعت دیجیتال زمان را با یک عدد شش رقمی hhhmmss نشان می دهد که hh نشان دهنده ی ساعت (از ۰۰ تا ۲۳)، mm و ss نشان دهنده ی دقیقه و ثانیه (از ۰۰ تا ۵۹) هستند. ساعت در ابتدای هر شبانه روز ۰۰۰۰۰۰ و در آخرین ثانیه ی آن ۲۳۵۹۵۹ است. عدد نشان داده شده در یک ساعت دیجیتال چند بار در یک شبانه روز آینه ای می شود؟

الف) ۳۶ ب) ۹۶ ج) ۱۴۴ د) ۲۴۰ ه) ۱۰۰۰

۴۰) دو دنباله ی $A=1,1,0,1,1,1,1,0$ و $B=1,1,1,1,0,0$ ، هر یک شامل ۳ رشته از ۰ و ۱ داده شده اند. با داشتن دنباله ی

دلخواه $c=c_1, c_2, \dots, c_n$ (به طوری که $c_i \in \{1, 2, 3\}$ ، برای هر $1 \leq i \leq n$)، دو رشته ی a و b را به ترتیب از اعضای A و B به شرح زیر می سازیم: فرض کنید منظور از A_i و B_i به ترتیب عضو i ام A و عضو i ام B باشد، آن گاه

$$b = B_{c_1} B_{c_2} \dots B_{c_n} \quad \text{و} \quad a = A_{c_1} A_{c_2} \dots A_{c_n}$$

مثال اگر $c=1,1,2$ باشد، $a=A_1A_1A_2=1110111$ و $b=B_1B_1B_2=11111110$.

طول کوتاه ترین دنباله از اعداد ۱، ۲، و ۳ را بیابید به طوری که $a=b$.

الف) ۲ ب) ۳ ج) ۴ د) ۵ ه) ۶

«موفق باشید»