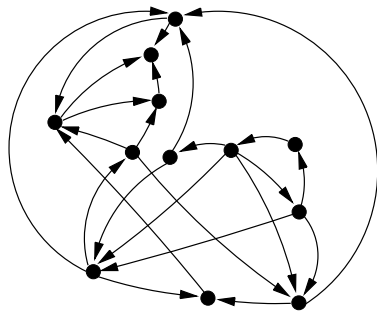


مرحله‌ی اول هفدهمین المپیاد کامپیوتر کشور

(۱) یک عدد را متفرقه می‌نامیم هرگاه تمام ارقامش متفاوت باشند و صفر در ارقامش ظاهر نشده باشد. اعداد ۱۲۴، ۴۸۲۱، ۵۹۶۷۸۳، ... مثال‌هایی از اعداد متفرقه‌اند. عمل «دوران» روی یک عدد متفرقه به این صورت است که رقم یکان آن عدد را برداشته و در سمت چپ آن عدد قرار می‌دهیم. مثلاً اعداد ۱۲۴، ۴۸۲۱ و ۵۹۶۷۸۳ با این عمل به ترتیب به اعداد ۴۱۲، ۱۴۸۲ و ۳۵۹۶۷۸ تبدیل می‌شوند. تمام اعداد سه‌رقمی متفرقه را روی یک تخته نوشته و سپس عمل «دوران» را روی همه‌ی این اعداد اعمال می‌کنیم. جمع اعداد حاصل چه قدر است؟

الف) ۵۵۵۰۰۰ (ب) ۴۰۴۵۹۵ (ج) ۴۹۸۹۴۵ (د) ۴۹۴۵۵۰ (ه) ۴۹۴۹۴۹



(۲) هر سال، هر نهنگی که متوجه شود هیچ نهنگ زنده‌ای را دوست ندارد، خودکشی می‌کند. شکل روبرو یک جامعه از نهنگ‌ها را نشان می‌دهد. اگر نهنگ A به B پیکان داشته باشد، یعنی A ، B را دوست دارد. چند سال طول می‌کشد تا همه‌ی این نهنگ‌ها خودکشی کنند؟

الف) ۸ (ب) ۹ (ج) ۱۰ (د) ۱۱ (ه) هیچ کدام

(۳) نمایندگان شرکت‌های تولید کننده‌ی گوشت، مورد بازجویی قرار گرفتند. اظهارات آنان بدین شرح است:

- شرکت A : شرکت B گوشت فاسد به مردم می‌دهد.
- شرکت B : شرکت A گوشت فاسد به مردم می‌دهد.
- شرکت C : شرکت‌های A و B ، هر دو گوشت فاسد به مردم می‌دهند.
- شرکت D : از بین شرکت ما و شرکت A حداقل یکی گوشت فاسد به مردم می‌دهد.

نماینده‌ی هر شرکتی که از گوشت فاسد استفاده می‌کند، از آنجا که آدم بدی است، همواره دروغ می‌گوید. همچنین، نماینده‌ی هر شرکتی که گوشت سالم به مردم می‌دهد، همواره راست می‌گوید. چند شرکت از گوشت فاسد استفاده می‌کنند؟

الف) ۱ (ب) ۲ (ج) ۳ (د) ۴ (ه) نمی‌توان با اطمینان پاسخ گفت.

(۴) می‌خواهیم در یک جعبه‌ی مکعبی $n \times n \times n$ ، یک جسم سه‌بُعدی نامعلوم را قرار بدهیم که:

- دقیقاً از تعداد صحیحی مکعب $1 \times 1 \times 1$ تشکیل شده باشد.
- یک تکه باشد؛ اگر یک نقطه از آن را گرفته و جسم را به سمت بالا بکشیم، به‌طور کامل بالا بیاید. فرض کنید دو مکعب کوچک ($1 \times 1 \times 1$) حتی اگر در یک نقطه (مثلاً گوشه) با هم تماس داشته باشند، آن‌گاه به هم چسبیده‌اند.
- اگر در جعبه را ببندیم و جعبه را تکان بدهیم، جسم در داخل آن ثابت بماند. می‌توانید فرض کنید اتصالات جسم (حتی در گوشه‌ها) بسیار محکم هستند!

حداقل حجم چنین جسمی چند واحد مکعب است؟

الف) $3n - 2$ (ب) $3n - 3$ (ج) $2n$ (د) $2n - 1$ (ه) n

(۵) دو نفر این بازی را انجام می دهند: آن‌ها در یک جدول $1 \times n$ (یک سطر با n خانه) به نوبت مهره می گذارند. هر خانه‌ی جدول گنجایش یک مهره را دارد و در ابتدا جدول خالی است. نفر اول در هر حرکت یک مهره سفید و نفر دوم در هر حرکت یک مهره سیاه در یک خانه خالی می گذارند. وقتی مهره‌ای — مثل A — در جدول قرار می گیرد، اگر مهره‌ای هم‌رنگ A — مثل B — در جدول باشد و تمام خانه‌های بین A و B با مهره‌هایی با رنگی مخالف رنگ A پر شده باشند، تمام مهره‌های بین A و B ، هم‌رنگ A می شوند. با اضافه کردن A به جدول ممکن است دو مهره مانند B در جدول (در دو طرف A) پیدا شوند که شرایط گفته شده را داشته باشند، که در این صورت عمل مذکور را در هر دو مورد انجام می دهیم.

بعد از n حرکت، تمام خانه‌های جدول پر می شوند و بازی تمام می شود. در این زمان اگر تعداد مهره‌های سفید درون جدول بیشتر باشد، نفر اول می برد، اگر تعداد مهره‌های سیاه بیشتر باشد، نفر دوم می برد، و گرنه مساوی می شوند. برای n های بزرگ‌تر از 10 ، کدام جملات زیر درست‌اند؟

(۱) برای n های فرد نفر اول راهکار برد دارد.

(۲) برای n های فرد نفر دوم راهکار برد دارد.

(۳) برای n های زوج نفر اول راهکار برد دارد.

(۴) برای n های زوج نفر دوم راهکار برد دارد.

(۵) برای n های زوج نفر اول راهکار نداشتن دارد.

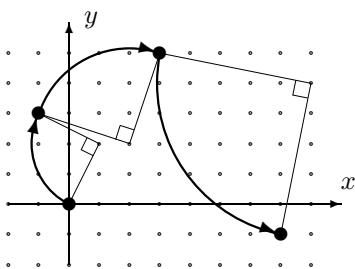
(۶) برای n های زوج نفر دوم راهکار نداشتن دارد.

الف) ۱ و ۳ و ۵ ب) ۲ و ۴ و ۶ ج) ۱ و ۴ و ۶ د) ۲ و ۳ و ۵ ه) ۱ و ۵ و ۶

(۶) 1385 نفر روی محور اعداد صحیح ایستاده‌اند، به طوری که نفر i ام ($1 \leq i \leq 1385$) روی نقطه به طول i قرار گرفته است. هر کدام از این افراد یک سنگ دارد و در یک لحظه همه با هم سنگ‌شان را به طرف مثبت پرتاب می کنند. بُرد سنگ i ام را با $f(i)$ نشان می دهیم. بدین ترتیب، سنگ نفر i ام بعد از پرتاب در محل $i + f(i)$ قرار می گیرد. می دانیم به ازای هر x ، $f(x)$ برابر است با تعداد «صفر»ها در نمایش مبنای دوی x (سمت چپ‌ترین رقم در نمایش مبنای دو همواره یک است). به عنوان مثال، $f(13)$ برابر است با ۱، زیرا نمایش مبنای دوی 13 به صورت «۱۱۰۱» می باشد که سه عدد «۱» و یک عدد «۰» دارد.

بعد از این که همه سنگ خود را پرتاب کردند، دورترین سنگ کجا می افتد؟ (بزرگ‌ترین مکانی که در آن حداقل یک سنگ قرار می گیرد کجاست؟)

الف) 1385 ب) 1386 ج) 1390 د) 1391 ه) 1395



(۷) یک میمون در نقطه‌ی $(0, 0)$ صفحه‌ی مختصات قرار دارد. این میمون در هر حرکت می تواند نقطه‌ای با مختصات صحیح را انتخاب کند که از نقطه‌ی فعلی‌اش، فاصله‌ای بیشتر از 10 واحد نداشته باشد. سپس، حول آن 90° درجه دوران یافته و در نقطه‌ی جدید قرار بگیرد. نمونه‌ای از حرکت‌های میمون را در شکل مشاهده می کنید. این میمون به چند تا از نقطه‌های زیر می تواند برسد؟

(۲۱, ۳۳) (۱۳, ۲۱) (۵, ۱۳)
(۱۳۸۵, ۲۰۰۷) (۱۰۲۴, ۲۰۴۸) (۵۵, ۲۵۵)

الف) ۱ ب) ۲ ج) ۴ د) ۵ ه) ۶

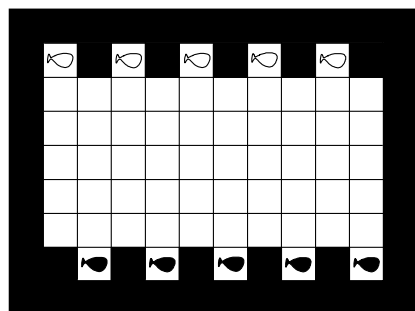
۸) یک جدول 5×5 داریم، که در هر خانه‌ی آن یک تخم‌مرغ قرار دارد. می‌خواهیم تعدادی از این تخم‌مرغ‌ها را برداریم. در هر خانه که قرار داشته باشیم یا از آن رد شویم، می‌توانیم تخم‌مرغ آن خانه را برداریم. در ابتدا از یکی از خانه‌های جدول شروع به حرکت می‌کنیم. در هر مرحله دقیقاً یک حرکت انجام می‌دهیم و در هر حرکت به یکی از خانه‌های مجاور (دارای ضلع مشترک با خانه‌ی فعلی) می‌رویم. اگر در مرحله‌ای جهت حرکت ما تغییر کند (از افقی به عمودی یا از عمودی به افقی)، باید ۱ تومان جریمه بدهیم. اگر ما ۵ تومان پول داشته باشیم، حداکثر چند تخم‌مرغ می‌توانیم برداریم؟

الف) ۲۰ (ب) ۲۱ (ج) ۲۲ (د) ۲۴ (ه) ۲۵

۹) ۱۲ نهنگ که قصد خودکشی دارند، در یک صف قرار گرفته‌اند. یک روز صبح نهنگ‌ها تصمیم گرفتند که از آن روز به بعد، صبح هر روز، اگر نهنگ زنده‌ای در صف وجود داشته باشد، تعدادی (ناصر) از این نهنگ‌ها خودکشی کنند. در صورتی که بعد از خودکشی صبح یک روز، هنوز نهنگ زنده‌ای در صف وجود داشت، همان شب هم تعدادی (ناصر) خودکشی می‌کنند. واضح است که نهنگ‌ها به همان ترتیبی که در صف ایستاده‌اند خودکشی می‌کنند. این ۱۲ نهنگ به چند طریق می‌توانند خودکشی کنند، به طوری که در پایان تعداد نهنگ‌هایی که در صبح خودکشی کرده‌اند، با تعداد نهنگ‌هایی که در شب خودکشی کرده‌اند برابر باشد؟

الف) ۷۲۰ (ب) ۹۲۴ (ج) ۴۶۲ (د) ۳۶۰ (ه) ۱۴۴۰

۱۰) در شکل زیر هر کدام از مهره‌های داخل صفحه یک مهره‌ی ماهی است. مهره‌ی ماهی در صفحه شُر می‌خورد. یعنی در یکی از ۴ جهت حرکت می‌کند تا به یک خانه‌ی پُر برسد و در خانه‌ی خالی قبل از خانه‌ی پُر متوقف می‌شود. قوانین بازی به شرح زیر است:

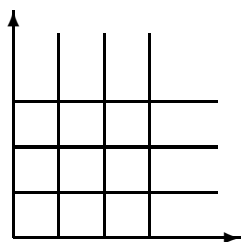


- سفید برنده است اگر یک مهره‌اش را به سطر آخر (پایین) برساند.
- سیاه برنده است اگر یک مهره‌اش را به سطر اوّل (بالا) برساند.
- خانه‌های سیاه و خانه‌هایی که مهره‌ای در آن‌ها هست، پر هستند.
- هر کس که نوبتش است، باید یکی از مهره‌هایش را جابه‌جا کند.
- کسی حق ندارد عکس حرکت قبلیش را انجام دهد.
- سفید اوّل بازی می‌کند.

اگر هر دو نفر به بهترین نحو بازی کنند، کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

- الف) سفید، با انجام حداکثر ۴ حرکت می‌برد.
 ب) سیاه، می‌تواند طوری بازی کند که سفید نتواند در چهار حرکت ببرد ولی سفید با حداکثر شش حرکت می‌برد.
 ج) سیاه، با انجام حداکثر ۴ حرکت می‌برد.
 د) سفید، می‌تواند طوری بازی کند که سیاه نتواند در چهار حرکت ببرد ولی سیاه با حداکثر شش حرکت می‌برد.
 ه) هیچ کدام

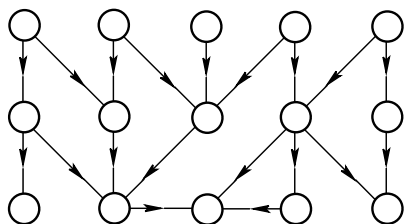
۱۱) ربع اول صفحه‌ی مختصات را مطابق شکل به خانه‌های 1×1 تقسیم می‌کنیم. به چند طریق می‌توان اعداد ۱ تا ۱۴ را در ۱۴ تا از این خانه‌ها نوشت به طوری که شرایط زیر برقرار باشند:



- در خانه‌ی $(1, 1)$ (پایین‌ترین و سمت چپ‌ترین خانه) عدد ۱ نوشته شده باشد.
- اگر در خانه‌ای عددی نوشته شده بود، دقیقاً در یکی از دو خانه‌ی پایینی یا سمت چپی آن خانه، عددی نوشته شده باشد.
- اگر در خانه‌ی (x, y) یعنی خانه‌ی سطر x ام و ستون y ام، عدد $1 < i$ نوشته شده بود، هر یک از اعداد ۱ تا $i - 1$ ، در خانه‌ای مثل (x', y') قرار داشته باشند که $1 \leq x' \leq x$ و $1 \leq y' \leq y$.

الف) ۸۱۹۲ (ب) ۱۶۳۸۴ (ج) ۲۴۵۷۵ (د) ۲۴۵۷۶ (ه) هیچ کدام

۱۲) در شکل روبرو، ۱۵ دفتر اداری یک سازمان نشان داده شده است. هر دفتر، تعدادی دفتر زیردست دارد. این ارتباط در شکل با پیکان‌هایی از دفترها به دفترهای زیردستشان نمایش داده شده است. هر دفتر، بدین صورت عمل می‌کند: هر نامه‌ای را که دریافت می‌کند، برای هر کدام از دفترهای زیردستش کپی می‌کند و می‌فرستد (دفترهای زیر دست هم همین کار را انجام می‌دهند). دفترهای ردیف بالا از چپ به راست به ترتیب شماره‌های ۰ تا ۴ را دارند. طی ۲۰۰۷ روز، این دفترها به این صورت کار کرده‌اند که در روز i ام $(1 \leq i \leq ۲۰۰۷)$ از بیرون سازمان به دفتر k ام ردیف بالا $(0 \leq k \leq ۴)$ ، $i + k$ نامه می‌رسد.

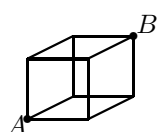


اگر پس از انجام همه‌ی این عملیات اداری طی این ۲۰۰۷ روز، مجموع تعداد نامه‌های دریافت شده توسط اداره‌های سطر پایینی، n باشد، باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد n بر ۵ است؟

الف) ۰ (ب) ۱ (ج) ۲ (د) ۳ (ه) ۴

۱۳) یک جوجه در گوشه‌ی پایینی و سمت چپ مستطیلی به طول ۹۹ و عرض ۵۹ قرار گرفته است. این جوجه می‌خواهد با تعدادی «حرکت»، خود را به گوشه‌ی بالا سمت راست این مستطیل برساند. جوجه در هر حرکت می‌تواند به اندازه‌ی توانی از دو (یعنی ۱ یا ۲ یا ۴ یا ... واحد) به سمت راست یا بالا حرکت کند، به شرط آن که از جدول خارج نشود. او به چند طریق می‌تواند به مقصد برسد به طوری که کم‌ترین تعداد «حرکت» را انجام داده باشد؟

الف) ۵۷۶۰ (ب) ۱۲۶ (ج) ۲۸۸۰ (د) ۳۶۲۸۸۰ (ه) هیچ کدام



۱۴) مورچه‌ای می‌خواهد در مکعب روبرو از رأس A ، با حرکت روی پاره‌خط‌ها، به رأس B (رأس مقابل A) برود. فرض کنید در هر حرکت مورچه از یک سر پاره‌خط به سر دیگر آن می‌رود. می‌دانیم بعد از ۵ حرکت مورچه روی رأس B قرار دارد. او به چند طریق می‌توانسته این مسیر را طی کرده باشد؟

الف) ۳۶ (ب) ۴۸ (ج) ۶۰ (د) ۹۰ (ه) ۱۲۰

۱۵) در یک ردیف ۳۳ خانه قرار دارد، که با اعداد ۱ تا ۳۳ شماره گذاری شده‌اند. زبل خان در یک طرف این خانه‌ها قرار دارد (در کنار خانه‌ی شماره‌ی ۳۳). در هر صبح یک توپ در یکی از خانه‌ها قرار می‌دهیم. زبل خان هر روز ظهر اگر توپی دید به آن شلیک می‌کند و توپ می‌ترکد (حدّاکثر در هر روز به یک توپ شلیک می‌کند و فقط همان توپ می‌ترکد). اگر یک توپ در خانه‌ی i باشد، زبل خان خانه‌های پشت آن را نمی‌بیند (خانه‌های ۱ تا $i-1$). دود حاصل از ترکیدن یک توپ در خانه‌ی i باعث می‌شود که زبل خان تا بعد از ظهر روز بعد نیز خانه‌های پشت آن را نبیند و در نتیجه اگر روز بعد توپی در آن خانه‌ها گذاشته شود، زبل خان آن را نمی‌بیند و به آن تیراندازی نمی‌کند. ما ۳۳ روز وقت داریم تا ۳۳ توپ در این خانه‌ها بگذاریم و همچنین در هر خانه حدّاکثر می‌توانیم یک بار توپ قرار دهیم. در پایان ۳۳ روز، به اندازه‌ی مجموع شماره‌ی خانه‌هایی که توپ در آن‌ها قرار دارد به ما جایزه می‌دهند. بیشترین جایزه‌ی را که می‌توان به دست آورد چقدر است؟

الف) ۱۳۶ (ب) ۲۴۰ (ج) ۲۵۶ (د) ۲۷۲ (ه) ۲۸۹

۱۶) چند جدول 3×3 از اعداد ۰ تا ۸ داریم که هر دو خانه‌ی مجاور (دارای یک ضلع مشترک) در آن دقیقاً یکی از دو خاصیت زیر را داشته باشند:

۰	۲	۱
۳	۵	۴
۶	۸	۷

- باقی مانده‌ی تقسیم اعداد آن دو خانه بر ۳ برابر باشد
- خارج قسمت تقسیم اعداد آن دو خانه بر ۳ برابر باشد

یکی از این جدول‌ها در شکل نشان داده شده است.

الف) ۶ (ب) ۱۸ (ج) ۳۶ (د) ۷۲ (ه) ۱۴۴

۱۷) بازی «تنبل‌کش»، یک بازی یک نفره است که روی یک جدول 3×3 انجام می‌شود. در ابتدای بازی اعداد ۱ تا ۸ به ترتیب نامعینی در ۸ تا از خانه‌های جدول قرار گرفته‌اند و یکی از خانه‌های جدول خالی است. در هر حرکت می‌توان عدد یکی از خانه‌های مجاور ضلعی خانه‌ی خالی را به خانه‌ی خالی انتقال داد. هدف بازی این است که با حداقل تعداد انتقال، اعداد جدول به صورت شکل زیر، مرتب شوند.

آقای «تنبل»، قصد دارد بدون انجام دادن بازی، حدس بزند که حداقل تعداد انتقال‌های لازم برای مرتب کردن یک جدول چند حرکت است. از این رو، وی برای هر یک از اعداد ۱ تا ۸، تعداد حرکت‌های لازم برای انتقال آن عدد به مکان مطلوب در جدول نهایی (با فرض خالی بودن تمام خانه‌های دیگر) را محاسبه کرده و مجموع این اعداد (K) را به عنوان حدس خود در نظر می‌گیرد.

۱	۲	۳
۴	۵	۶
۷	۸	

اگر حداقل تعداد انتقال‌های لازم برای مرتب کردن جدول و رسیدن به جدول نهایی را A بنامیم، کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟ فرض کنید جدول‌های ابتدایی مورد بحث، همواره پس از متناهی حرکت مرتب می‌شوند.

- الف) برای تمامی جدول‌های اولیه $K \leq \frac{4}{3}A$
 ب) برای تمامی جدول‌های اولیه $\frac{4}{3}A \leq K \leq A$
 ج) برای تمامی جدول‌های اولیه $K \leq A$ و جدولی اولیه وجود دارد که $K < \frac{4}{3}A$
 د) برای تمامی جدول‌های اولیه $A \leq K \leq 2A$
 ه) هیچ کدام

۱۸) در بازی خرگوش‌کشی یک جدول 1385×1385 داریم که در هر خانه‌ی آن یک خرگوش قرار دارد. «مرد چکش‌زن» بازی را شروع می‌کند. او در ابتدا یک خرگوش را به دلخواه خود با چکش می‌کشد. سپس در هر مرحله، اگر در سطر یا ستونی که خرگوش قبلی را کشته، خرگوش زنده‌ای باشد، مجبور است یکی از خرگوش‌های آن سطر یا آن ستون را بکشد (به دلخواه یکی از آنها را بکشد). در غیر این صورت، خرگوش زنده‌ای را از هر کجای جدول به دلخواه می‌کشد و بازی ادامه پیدا می‌کند. هدف ما پیدا کردن تعداد روش‌هایی است که مرد چکش‌زن می‌تواند همه‌ی خرگوش‌ها را بکشد. باقیمانده‌ی این عدد بر ۲۳ چند است؟

- الف) ۰ (ب) ۱ (ج) ۲ (د) ۲۱ (ه) ۲۲

۱۹) در بازی خرگوش‌کشی که در سؤال قبل گفته شد، هر بار که مرد خرگوشی را بکشد که نه در سطر آن و نه در ستون آن، خرگوش زنده‌ی دیگری نباشد، یک امتیاز می‌گیرد (دقت کنید که پس از کشتن خرگوش آخر نیز امتیاز می‌گیرد). او حداکثر چند امتیاز می‌تواند بگیرد؟

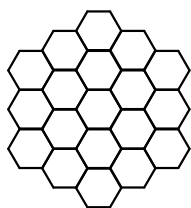
- الف) ۱ (ب) ۲ (ج) ۱۳۸۴ (د) ۱۳۸۵ (ه) ۱۳۸۶

۲۰) یک رشته به طول ۱۳ حرف، متشکل از حروف w و b را در نظر بگیرید. عمل به روز رسانی رشته بر حسب عدد i ($1 \leq i \leq 13$) را به این ترتیب تعریف می‌کنیم: از حرف i ام از سمت چپ شروع به کار می‌کنیم. آن حرف را تغییر می‌دهیم (یعنی w را به b و b را به w تغییر می‌دهیم). در صورتی که با این تغییر، حرف i ام از b به w تبدیل شود به سراغ حرف بعدی یعنی حرف سمت راستیش (در صورت وجود) رفته و همین کار را انجام می‌دهیم. به عنوان مثال رشته bwbbbbwbbwww بعد از انجام عمل به روز رسانی روی حرف چهارم، به رشتهی wbbwwbbwbbwww تبدیل می‌شود. فرض کنید روی رشتهی wbbwwbbwbbwww عملیات زیر را به ترتیب انجام می‌دهیم:

- ۱) یک بار عمل به روز رسانی روی حرف دوم.
- ۲) یک بار عمل به روز رسانی روی حرف پنجم.
- ۳) هشت بار عمل به روز رسانی روی حرف یکم.
- ۴) بیست بار عمل به روز رسانی روی حرف ششم.

شما باید مشخص کنید که در نهایت تعداد bها در رشته‌ی حاصل از مراحل بالا چند تا است.

- الف) ۹ (ب) ۱۰ (ج) ۴ (د) ۵ (ه) ۳



شکل ۱

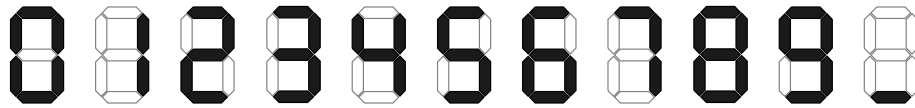


شکل ۲

۲۱) عباس می‌خواهد شکل ۱ را با ۶ قطعه از قطعاتی که در شکل ۲ نشان داده شده پوشاند، به طوری که درست یک شش ضلعی پوشیده نشده در آن باقی بماند. او به چند طریق می‌تواند این کار را انجام دهد؟

- الف) ۱ (ب) ۲ (ج) ۴ (د) ۳ (ه) ۸

۲۲) آیدین یک ماشین حساب یک رقمی دارد که با ۷ لامپ باریک و دراز، هر یک از ارقام ۰ تا ۹ و علامت « - » (به معنای خطای محاسبه) را مطابق شکل زیر نشان می‌دهد.



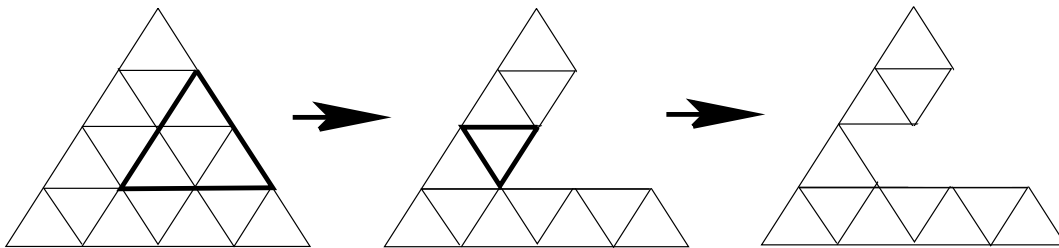
متأسفانه به دلیل فرسودگی ماشین حساب، همه‌ی ۷ لامپ آن هم‌زمان سوخته‌اند. اکنون آیدین می‌خواهد k تا از این لامپ‌ها را طوری با لامپ‌های سالم عوض کند که بتواند با دیدن روشن یا خاموش بودن لامپ‌های سالم، پی به مقدار دقیق ماشین حساب ببرد. دقت کنید که اگر یک لامپ سالم در ماشین حساب قرار داده شود، دیگر نمی‌توان جای آن را تغییر داد. حداقل مقدار k برای این منظور چند است؟

الف) ۳ ب) ۴ ج) ۵ د) ۶ ه) ۷

۲۳) در ابتدا یک مثلث متساوی‌الاضلاع داریم که طول اضلاعش برابر ۴ است (مانند شکل سمت چپ). در هر مرحله می‌توانیم یک تکه از شکل باقی‌مانده که شروط زیر را دارد بکنیم و دور بریزیم.

- تکه باید یک مثلث متساوی‌الاضلاع باشد.
- اضلاع تکه باید روی خطوط کشیده شده در شکل باشد.
- با حذف کردن این تکه از شکل نباید هیچ سوراخی در آن ایجاد شود. (یعنی باید حداقل یکی از اضلاع تکه‌ای که می‌خواهیم حذف کنیم، کاملاً مجاور ناحیه بیرونی باشد).

بدیهی است در صورتی که شکل باقی‌مانده یک مثلث متساوی‌الاضلاع باشد می‌توان در یک مرحله همه‌ی آن را دور ریخت. در شکل زیر یک مثال تا دو مرحله نشان داده شده است.



می‌خواهیم در k مرحله کل شکل اولیه را دور بریزیم. این کار به ازای چند تا از مقادیر زیر به عنوان مقدار k ، امکان‌پذیر است؟

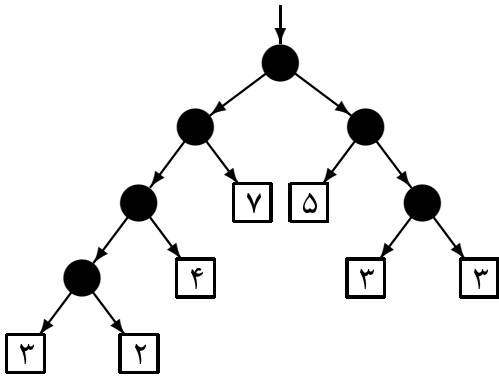
۴ ۵ ۷ ۱۰ ۱۴

الف) ۱ ب) ۲ ج) ۳ د) ۴ ه) ۵

۲۴) چند عدد طبیعی را می‌توان به صورت حاصل جمع چهار عدد متمایز از مجموعه‌ی $\{۱۵, ۱۹, ۲۳, ۲۷, ۳۱, ۳۵, ۳۹\}$ نوشت؟

الف) ۳۵ ب) ۲۱ ج) ۱۳ د) ۱۲ ه) ۷

۲۵) در شکل زیر ۲۷ نخود از بالا به سمت پایین انداخته می‌شود. نخودها به سمت پایین حرکت می‌کنند تا درون یکی از مربع‌ها قرار بگیرند. درون هر دایره یک علامت \backslash یا $/$ قرار دارد که در حالت عادی دیده نمی‌شود. با توجه به جهت علامت یک دایره، نخود پس از ورود به آن دایره به سمت «پایین سمت راست» یا «پایین سمت چپ» حرکت می‌کند. ما نمی‌توانیم در حالت عادی جهت علامت‌های دایره‌ها یا تعداد نخودهای موجود در مربع‌ها و دایره‌ها را ببینیم.



عمل «تغییر جهت» به این صورت تعریف می‌شود: به یکی از دایره‌ها از نزدیک نگاه می‌کنیم و علامت قرار داده شده در آن را می‌بینیم و اگر خواستیم آن را تغییر می‌دهیم.

ما می‌توانیم هر موقع که خواستیم انداختن نخودها را متوقف کنیم و عمل «تغییر جهت» را به تعداد دلخواه انجام دهیم و دوباره انداختن نخودها را ادامه دهیم.

می‌خواهیم تعدادی عمل «تغییر جهت» انجام دهیم، به طوری که وقتی همه‌ی ۲۷ نخود افتادند، در هر مربع دقیقاً به تعداد عددی که روی آن نوشته شده نخود قرار بگیرد. حداقل چند عمل «تغییر جهت» نیاز داریم به طوری که به هر نحوی که علامت‌ها در ابتدا جهت‌دهی شده باشند، بتوانیم این کار را انجام دهیم؟

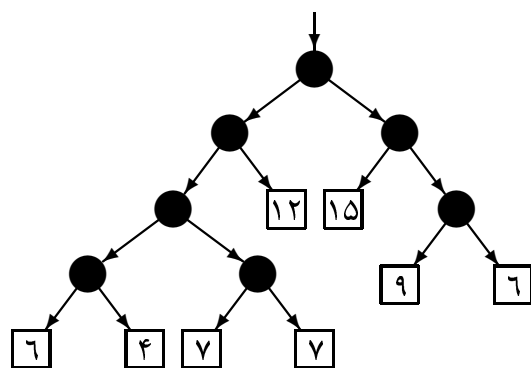
۱۴ (ه)

۱۲ (د)

۱۱ (ج)

۷ (ب)

۶ (الف)



۲۶) در مسئله‌ی قبل، فرض کنید وقتی در یک مربع به تعداد عددی که روی آن نوشته شده نخود قرار بگیرد، از پُر شدن آن جعبه مطلع می‌شویم. حال با توجه به داشتن این امکان اضافی بگویید، در شکل روبه‌رو، حداقل چند عمل «تغییر جهت» لازم است، تا جهت اولیه‌ی علامت‌ها هر چه که باشد، بتوانیم به هر مربع دقیقاً به تعداد عددی که رویش نوشته شده نخود بفرستیم؟

۱۴ (ه)

۱۳ (د)

۱۲ (ج)

۸ (ب)

۷ (الف)

۲۷) ده شرکت تولیدکننده‌ی کنسرو مورد آزمایش کیفیت قرار گرفتند. می‌دانیم که دقیقاً یکی از شرکت‌ها از گوشت فاسد استفاده می‌کند. آزمایش به این صورت بود که به هر داوطلب، دو کنسرو از دو شرکت مختلف داده شد و به هیچ دو نفری جفت کنسروهای یکسانی داده نشد. می‌دانیم اگر کسی کنسرو فاسد بخورد، می‌میرد. پس از این که داوطلب‌ها کنسروهایشان را خوردند، اطلاعات بدست آمده از مرگ داوطلبان برای یافتن شرکت متخلف کافی نبود. تعداد داوطلب‌ها حداکثر چند نفر بوده است؟

۴۵ (ه)

۳۶ (د)

۲۹ (ج)

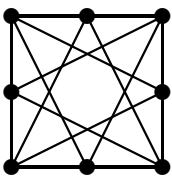
۲۸ (ب)

۲۰ (الف)

۲۸) پینوکیو برای یافتن پدر ژیتو وارد شکم نهنگ شد. شکم نهنگ به شکل مجموعه‌ای از سه‌راهی‌ها است که هر کدام به سه سه‌راهی دیگر متصل است. فاصله‌ی دو سه‌راهی متصل ۱ متر است. پدر ژیتو در یکی از سه‌راهی‌هاست. در هر سه‌راهی تابلویی وجود دارد که رویش فاصله‌ی آن سه‌راهی تا پدر ژیتو نوشته شده است. پینوکیو در یکی از این سه‌راهی‌هاست که تابلوی آن ۱۳۸۵ را نشان می‌دهد. با این فرض که پینوکیو به اندازه‌ی کافی باهوش است، در بدترین حالت، چند متر باید راه برود تا به پدر ژیتو برسد؟

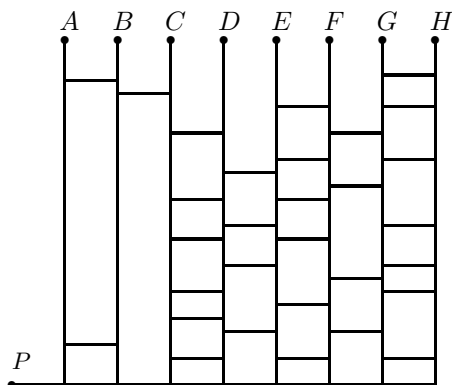
الف) ۱۳۸۵ (ب) ۲۷۷۱ (ج) ۴۱۵۵ (د) ۴۱۵۷ (ه) ۶۹۲۵

۲۹) در شکل روبرو ۸ شهر و راه‌های ارتباطی آن‌ها نمایش داده شده است. نیلوفر و لی‌لی می‌خواهند این شهرها را ببینند و با هم قرار گذاشته‌اند که عوارض ورود به شهرها را یکی در میان بپردازند. نیلوفر یکی از شهرها را برای شروع مسافرت انتخاب می‌کند و عوارض ورود به آن را می‌پردازد. از این به بعد، ابتدا لی‌لی و سپس نیلوفر، هر کدام در نوبت خود شهر مجاور (شهری که به شهر فعلی راه مستقیم دارد) که هنوز ندیده‌اند را انتخاب می‌کند. سپس آن‌ها به آن شهر مسافرت می‌کنند و کسی که شهر جدید را انتخاب کرده، عوارض آن را پرداخت می‌کند. آن‌ها این کار را تا دیده‌شدن همه‌ی شهرها ادامه می‌دهند. هر کدام از این دو نفر می‌خواهد هزینه‌ی کمتری از دیگری بپردازد.



نیلوفر و لی‌لی قبل از آن که مقادیر عوارض شهرها را در کتابچه‌ی راهنمای سفر خود ببینند، حرف‌های زیر را زده‌اند. کدام یک از این گفته‌ها به ازای مقادیر مختلفی که ممکن است در دفترچه‌ی راهنما نوشته شده باشد همواره درست است؟

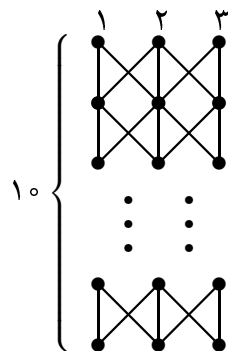
- الف) نیلوفر: من کمتر خرج خواهم کرد.
 ب) لی‌لی: من کمتر خرج خواهم کرد.
 ج) نیلوفر: ممکن است مقادیر دفترچه‌ی راهنما طوری باشد که من مجبور شوم بیشتر خرج کنم.
 د) لی‌لی: مجبور نیستم بیشتر خرج کنم.
 ه) نیلوفر: مجبور نیستم بیشتر خرج کنم.



۳۰) نقشه‌ی خیابان‌های یک شهر مانند شکل روبرو است. خیابان‌های عمودی به سمت بالا یک‌طرفه و خیابان‌های افقی دوطرفه هستند. در هر یک از نقاط A تا H یک پارکینگ قرار دارد. شخصی با اتومبیل خود از نقطه‌ی P به حرکت در می‌آید. با فرض این که این شخص از هیچ نقطه‌ای بیش از یک بار عبور نمی‌کند، تعداد راه‌های رسیدن او به هر یک از نقاط A تا H را به ترتیب W_A تا W_H می‌نامیم. مقدار $W_A - W_B - W_C + W_D + W_E - W_F - W_G + W_H$ کدام یک از گزینه‌های زیر است؟

الف) -۲ (ب) -۱ (ج) ۰ (د) ۲ (ه) هیچ کدام

۳۱) ۱۰ ردیف ۳ تایی از لامپ‌ها داریم. هر لامپ، مطابق شکل به تعدادی از لامپ‌های ردیف پایینی اش وصل شده است. در ابتدا همه‌ی لامپ‌ها خاموش‌اند. هر بار می‌توان یکی از لامپ‌های ردیف اول را تغییر وضعیت داد (لامپ روشن را خاموش کنیم یا برعکس). اگر لامپی تغییر وضعیت بدهد، تمامی لامپ‌های متصل به آن لامپ در ردیف پایینی اش، تغییر وضعیت می‌دهند. برای مثال، اگر وضعیت لامپ اول از طبقه اول را تغییر دهیم، وضعیت لامپ‌های اول و دوم ردیف دوم عوض می‌شوند. سپس وضعیت لامپ سوم از طبقه سوم تغییر خواهد کرد، ولی وضعیت‌های لامپ‌های اول و دوم از طبقه سوم، تغییری نخواهند کرد زیرا یک بار به وسیله‌ی لامپ اول طبقه‌ی دوم و یک بار به وسیله‌ی لامپ دوم طبقه‌ی دوم تغییر می‌کنند. چند تا از دنباله‌های زیر می‌توانند وضعیت لامپ‌های ردیف ۱۰ پس از اعمال تغییراتی در ردیف اول باشند؟



- لامپ اول روشن، لامپ دوم روشن، لامپ سوم روشن.
- لامپ اول خاموش، لامپ دوم روشن، لامپ سوم روشن.
- لامپ اول خاموش، لامپ دوم روشن، لامپ سوم خاموش.
- لامپ اول روشن، لامپ دوم روشن، لامپ سوم خاموش.

۴ (ه)

۳ (د)

۲ (ج)

۱ (ب)

۰ (الف)

۳۲) ۶ نفر دور یک میز نشسته‌اند. ابتدا هر کس دقیقاً یکی از چشمان خود را می‌بندد. اگر کسی چشم راست خود را ببندد، همه‌ی سایر افراد به جز دو نفر سمت راستش را می‌تواند ببیند، و به طور مشابه، اگر چشم چپ خود را ببندد، دیگر افراد به جز دو نفر سمت چپش را می‌بیند. میزان «هم‌بینی» افراد دور یک میز، برابر تعداد جفت افرادی است که بتوانند هم‌دیگر را ببینند. در بین تمامی حالت‌های چشم‌بستن این ۶ نفر، حداکثر میزان «هم‌بینی» چه قدر است؟

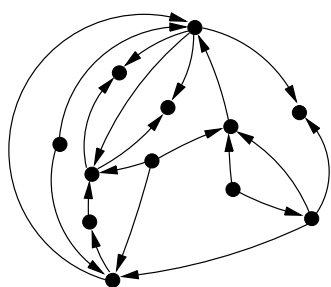
۱۰ (ه)

۸ (د)

۷ (ج)

۶ (ب)

۴ (الف)



۳۳) هر سال، هر نهنگی که متوجه شود یکی از نهنگ‌هایی که او دوست داشته، سال گذشته مرده، خودکشی می‌کند. شکل روبرو یک جامعه از نهنگ‌ها را نشان می‌دهد. اگر نهنگ A به B پیکان داشته باشد، یعنی A ، B را دوست دارد. حداقل چند پیکان جدید باید رسم کنیم تا نهنگی وجود داشته باشد که با گشتن آن، همه‌ی نهنگ‌ها از بین بروند؟

۵ (ه) هیچ کدام

۵ (د)

۴ (ج)

۳ (ب)

۲ (الف)

۳۴) بین شهرهای A و B یک جاده‌ی باریک وجود دارد. در این جاده ۱۰ تانکر بنزین، به ترتیب با شماره‌های ۱ تا ۱۰ پشت سر هم و با سرعت‌های متفاوت از A به سمت B در حرکت‌اند. در ابتدا هیچ دو تایی از تانکرها روی یک نقطه از جاده نیستند. راننده‌های این تانکرها خواب هستند و بنابراین از ترمز خبری نیست. اگر دو تانکر به هم برسند، هر دو منفجر و متلاشی می‌شوند به طوری که اثری از آنها باقی نمی‌ماند. به این ترتیب تانکرهای بعدی می‌توانند از محل تصادف عبور کنند. اگر بدانیم که هیچ وقت بیشتر از دو تانکر در یک لحظه تصادف نمی‌کنند، مجموعه تانکرهایی که به شهر B می‌رسند، چند حالت مختلف می‌تواند داشته باشد؟

۱۰۲۴ (ه)

۵۱۲ (د)

۱۴۴ (ج)

۸۹ (ب)

۵۵ (الف)

۳۵) افشین روی نقطه‌ی o محور اعداد حقیقی ایستاده است. او در هر حرکت، باتوجه به شرایط زیر مقداری به سمت راست حرکت می‌کند.

- او در حرکت اول خود حداقل ۱ واحد و حداکثر ۸۵ واحد به سمت راست حرکت می‌کند.
 - در صورتی که افشین در حرکت i ام خود، a واحد به سمت راست رفته باشد، -- اگر a زوج باشد، او در حرکت $i + 1$ ام، $\frac{a}{2}$ واحد به سمت راست خواهد رفت.
 - اگر a فرد باشد، او در حرکت $i + 1$ ام، $\frac{a-1}{2} + 512$ واحد به سمت راست خواهد رفت.
- پس از انجام ۱۰ حرکت، بیشترین مقداری که افشین می‌تواند به سمت راست رفته باشد چه قدر است؟

الف) ۶۱۳۸ (ب) ۳۰۶۶ (ج) ۵۱۱۵ (د) ۶۱۴۴ (ه) ۳۰۶۹

۳۶) ۴ نهنگ سفید و ۴ نهنگ سیاه به طور دسته‌جمعی تصمیم به خودکشی گرفته‌اند. در هر مرحله یک نهنگ، یکی از نهنگ‌های ناهمرنگ خود را انتخاب کرده و به قتل می‌رساند! می‌دانیم پس از ۷ مرحله، دقیقاً یک نهنگ، زنده مانده است. نهنگ‌ها از روی دنباله قتل‌ها، لیستی به نام «لیست سیاه» ساخته‌اند، به این ترتیب که پس از هر قتل، ابتدا رنگ قاتل، و سپس رنگ مقتول را به انتهای لیست اضافه می‌کنند. در پایان هم تنها نهنگ باقی مانده، رنگ خود را به انتهای لیست اضافه می‌کند. چند لیست سیاه متفاوت می‌تواند وجود داشته باشد؟

الف) ۱۲۸ (ب) ۴۰ (ج) ۷۰ (د) ۱۴۰ (ه) ۳۲

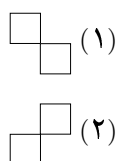
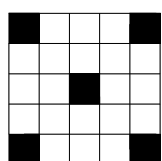
۳۷) در سؤال قبل اگر به جای رنگ هر نهنگ، نام او (هم نام قاتل و هم نام مقتول) در لیست نوشته شود، چند لیست سیاه متفاوت می‌تواند وجود داشته باشد؟ (می‌دانیم هر نهنگ نامی دارد که با نام نهنگ‌های دیگر متفاوت است)

الف) ۱۰۴۸۵۷۶ (ب) ۱۶۷۷۷۲۱۶ (ج) ۴۰۳۲۰ (د) ۲۳۰۴۰ (ه) ۲۷۸۳۲۳۲

۳۸) دو هزار و هفت عدد را در ۲۰۰۷ خانه‌ی شکل روبرو قرار داده‌ایم. در هر حرکت می‌توان ۱۰۰۴ عدد موجود در ستون را از بالا به پایین و یا ۱۰۰۴ عدد موجود در سطر را از چپ به راست، به صورت صعودی مرتب کرد. به یک جدول «پایدار» می‌گوییم اگر وضعیت آن جدول در صورت انجام هیچ یک از این مرتب‌سازی‌ها تغییر نکند. حداقل تعداد حرکاتی که می‌توان با آن‌ها هر جدولی را پایدار کرد چقدر است؟

الف) ۱۰۰۵ (ب) ۱۰۰۷ (ج) ۲۰۰۶ (د) ۳۰۰۹ (ه) ۲۰۰۷

۳۹) به چند طریق می‌توان خانه‌های سفید شکل روبرو را با ۱۰ تا از قطعه‌های (۱) و (۲) به طور کامل پوشاند؟



الف) ۶ (ب) ۱۲ (ج) ۱۸ (د) ۱۶ (ه) هیچ کدام

(۴۰) استاد بزرگ معبد شائولین، ۵ تن از بهترین شاگردانش را برای مبارزه به داخل معبد می فرستند تا با مبارزه با یکدیگر، رتبه بندی شوند. این ۵ تن بعد از چند شبانه روز مبارزه، یکی یکی از معبد خارج می شوند. اولین مبارزی که خارج می شود می گوید: «من اوّل شدم»؛ دومی می گوید: «من اوّل نشدم»؛ سومی می گوید: «من آخر نشدم»؛ چهارمی می گوید: «من نه اوّل شدم و نه آخر» و بالاخره آخرین مبارزی که از معبد خارج می شود می گوید: «من یا اوّل شدم یا آخر». استاد بزرگ نام همه ی مبارزان را می داند. همچنین می داند که یکی از ۵ مبارز به نام شائو همواره دروغ می گوید و بقیه همواره راستگو هستند. همین موقع استاد بزرگ می گوید: «لی! تو که باز آخر شدی!» با توجه به اینکه استاد بزرگ هیچ گاه اشتباه نمی کند، بگویید لی چندمین نفری بوده که از معبد خارج شده است؟ (توجه کنید که استاد بزرگ با توجه به اطلاعاتی که گفته شد، می توانسته مطمئن شود که لی آخر شده است).

هـ) پنجم

د) چهارم

ج) سوم

ب) دوم

الف) اول