

1 - فرض کنید حاصل ضرب همه ی اعداد داخل جدول ضرب  $10 \times 10$  برابر  $n$  باشد. بزرگترین عدد  $m$  که  $\sqrt[m]{n}$  عددی طبیعی باشد، چند است؟

الف) 2 (ب) 10 (ج) 11 (د) 20 (ه) 40

2 - دایره‌ای به شعاع واحد در نظر بگیرید. مساحت این دایره به مساحت چند مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع واحد نزدیک‌تر است؟

الف) 6 (ب) 7 (ج) 8 (د) 9 (ه) 10

3 - چهار میله به طول های 5، 3، 7 و 4 متر به همین ترتیب به هم لولا شده اند. و ابتدای میله ی اول هم به انتهای میله ی چهارم لولا شده است. اگر میله ها بتوانند آزادانه در یک صفحه حول لولاهایشان بچرخند، فاصله ی لولای بین میله های 5متری و 4متری تا لولای مقابل چند متر می تواند باشد؟

الف) هر مقدار بین 3 و 8 متر (ب) هر مقدار بین 2 و 11 متر

ج) هر مقدار بین 2 و 8 متر (د) هر مقدار بین 3 و 11 متر

ه) هر مقدار بین 2 و 3 متر و هر مقدار بین 8 و 11 متر

4 - دانشمندان، منظومه‌ای در کهکشان راه شیری کشف کرده‌اند که دارای یک ستاره، 9 سیاره و 122 قمر است و هر سیاره‌ی آن دست کم یک قمر دارد. تحقیقات نشان می‌دهد که جرم ستاره برابر  $1.98 \times 10^{30} \text{ kg}$  است و مجموع جرم سیاره‌ها برابر جرم ستاره و مجموع جرم قمرهای هر سیاره برابر جرم آن سیاره است. میانگین جرم اجرام این منظومه چقدر است؟

الف)  $1.5 \times 10^{28} \text{ kg}$  (ب)  $4.5 \times 10^{28} \text{ kg}$

ج)  $6.6 \times 10^{28} \text{ kg}$  (د)  $5.94 \times 10^{28} \text{ kg}$

ه) اطلاعات موجود کامل نیست.

5 - یک امتحان 100 نمره‌ای از دانش‌آموزان دو کلاس الف و ب گرفته شده است. هر کلاس 50 دانش‌آموز دارد. پس از اعلام نتایج، مشخص شد که میانگین نمرات کلاس الف از میانگین نمرات کلاس ب بیشتر است. حداکثر چند دانش‌آموز در

کلاس ب هستند که نمره‌ی آنها از همه‌ی دانش‌آموزان کلاس الف بیشتر است؟

الف) 1 (ب) 25 (ج) 49 (د) 50

ه) امکان ندارد دانش‌آموزی از کلاس ب، نمره‌اش از همه‌ی دانش‌آموزان کلاس الف بیشتر باشد.

6 - شخصی در اصفهان زندگی می‌کند و می‌خواهد از سه شهر تبریز، مشهد مقدس و یزد دیدن کند و به شهر اصفهان بازگردد

به طوری که در هر یک از این سه شهر یک شب بماند. وسایل نقلیه بین این سه شهر اتوبوس، قطار و هواپیما است.

اتوبوس و قطار هر روز و هواپیما تنها در روزهای زوج موجود است. اگر این شخص سفر خود را در روز شنبه آغاز کند، به

چند حالت می‌تواند این سفر را انجام دهد؟ (توجه کنید که این شخص به هر ترتیبی می‌تواند به این سه شهر سفر کند.)

الف) 36 (ب) 72 (ج) 108 (د) 120 (ه) 216

7 - مهندس ناظر تونل توحید در اولین شنبه بعد از آغاز کار از پروژه ی تونل توحید بازدید کرده است. از آن روز به بعد، برنامه ی بازدید وی از تونل به این شکل بوده است: فردای همان روز، یعنی یک شنبه، از پروژه مجدداً بازدید کرده و در ادامه هر بار یک روز به فاصله ی بین بازدیدها اضافه کرده است. صدمین بازدید در چه روزی از هفته انجام شده است؟

(الف) شنبه (ب) یک شنبه (ج) دوشنبه (د) سه شنبه (ه) چهارشنبه

8 - چند عدد 8 رقمی وجود دارد که حاصل ضرب ارقامش 9800 باشد؟

(الف) 1680 (ب) 5040 (ج) 8400 (د) 10080 (ه) 120960

9 - تعداد اعداد طبیعی بین 5000 و 10000 که عامل اولی به غیر از 2 و 3 نداشته باشد چند تاست؟

(الف) 6 (ب) 9 (ج) 14 (د) 20 (ه) 833

10 - فرض کنید  $a$  عددی گنگ باشد. کدام یک از گزاره های زیر لزوماً درست است؟

(الف) دست کم یکی از  $a^3$  و  $a^4 - 1$  گنگ است. (ب) دست کم یکی از  $a^3 - 1$  و  $a^6$  گنگ است.

(ج) دست کم یکی از  $a^2$ ،  $a^3$  و  $a^5$  گویا است. (د)  $a^2$  و  $a^3 - 1$  گنگ هستند.

(ه) حداکثر یکی از  $a^3 + 1$  و  $a^4$  گنگ است.

11 - ظرفی مکعب شکل به ضلع 6 سانتی متر را تا نصفه پر از آب کرده ایم. اگر این ظرف را به آرامی طوری کج کنیم که یک

ضلع کف روی زمین باقی بماند و کف آن با زمین زاویه ی 60 درجه بسازد، چند سانتی متر مکعب آب بیرون می ریزد؟

(الف)  $108 - 36\sqrt{3}$  (ب)  $216 - 12\sqrt{3}$  (ج)  $108 - 9\sqrt{3}$

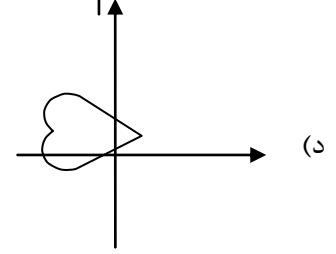
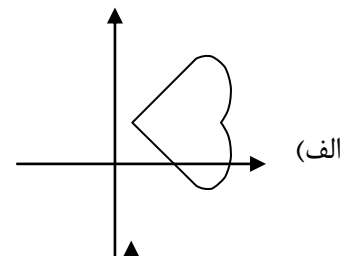
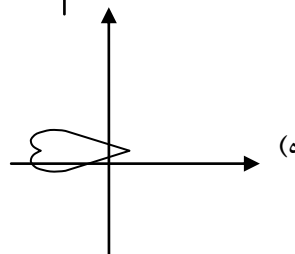
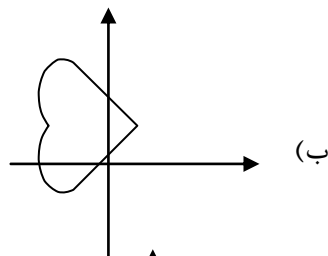
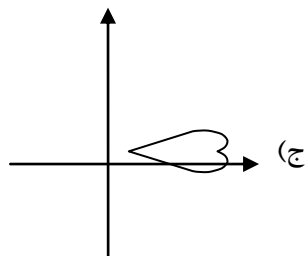
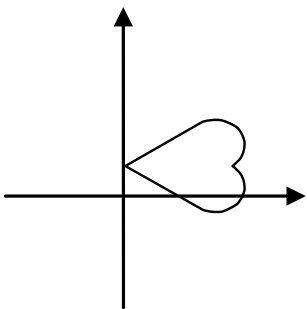
(د)  $216 - 18\sqrt{3}$  (ه) اصلاً آبی بیرون نمی ریزد.

12 - معادله ی  $y^3 - 2x^2 = 1388$  در مجموعه ی اعداد صحیح چند جواب دارد؟

(الف) 0 (ب) 1 (ج) 2 (د) 3 (ه) بی نهایت

13 -  $f(x, y)$  تابعی دومتغیره است و شکل روبرو مجموعه ی نقاط  $(x, y)$  در صفحه است که

$f(x, y) = 0$ . مجموعه ی نقاط  $(x, y)$  که  $f(1 - x, 2y) = 0$  کدام گزینه است؟



14- فرض کنید مقدار تابع  $f(x) = -x^2 + bx + c$  همواره کمتر یا مساوی 2 باشد. اگر این تابع دو ریشه ی حقیقی داشته باشد، فاصله ی ریشه های آن حداکثر چقدر است؟

- الف) 2      ب) 4      ج) 8      د)  $\sqrt{2}$       ه)  $2\sqrt{2}$

15- چند عدد چهاررقمی وجود دارد که هر رقم آن از رقم سمت چپش کوچک تر باشد و اگر ترتیب ارقام آن را برعکس کنیم، تفاضل این دو عدد 6174 شود؟

- الف) 1      ب) 8      ج) 10      د) 12      ه) 21

16- چند زوج مرتب  $(x, y)$  از اعداد طبیعی کوچکتر از 101 وجود دارد که  $2x + 7y$  بر  $x + y$  بخش پذیر باشد؟

- الف) 50      ب) 78      ج) 100      د) 116      ه) 200

17- ضلع  $AB$  از مثلث  $ABC$  را از طرف  $B$  به اندازه ی خودش تا  $P$  ادامه می دهیم. ضلع  $AC$  را هم از طرف  $C$  به اندازه ی دو برابر خودش تا نقطه ی  $Q$  امتداد می دهیم. اگر  $M$  وسط  $PQ$  باشد، مساحت مثلث  $MBC$  چند برابر مساحت مثلث  $ABC$  است؟

- الف) 1      ب) 1.25      ج) 1.5      د) 1.75      ه) 2

18- می گوئیم یک عدد در مبنای  $a$  کاهشی است در صورتی که اگر آن را در مبنای  $a$  بنویسیم، هیچ رقمی از رقم سمت چپ خود بزرگتر نباشد. چند عدد طبیعی کوچکتر از 1024 وجود دارد که هم در مبنای 2 و هم در مبنای 4 کاهشی باشد؟

- الف) 10      ب) 30      ج) 35      د) 40      ه) 55

19- فرض کنید عدد طبیعی  $n$  روی تخته سیاه نوشته شده است. این عدد را پاک می کنیم و به جای آن عدد  $n + 2^b - 2^a$  را می نویسیم که در آن  $a$  بزرگترین عددی است که  $n$  بر  $2^a$  بخش پذیر است و  $b$  کوچکترین عددی است که  $n < 2^b$ . اگر در ابتدا عدد 42 نوشته شده باشد، بعد از 113 بار انجام این کار چه عددی روی تخته خواهد بود؟

- الف)  $7 \times 2^{116}$       ب)  $2^{117} - 184$       ج)  $9 \times 2^{117}$       د)  $2^{113} + 42$       ه)  $2^{118} - 184$

20- می خواهیم اعداد 1 تا 10 را، بدون تکرار، در جدول زیر بنویسیم به طوری که هر عدد هم از عدد سمت راستش و هم از عدد پایینش کوچکتر باشد. این کار به چند طریق ممکن است؟


- الف) 34      ب) 35      ج) 36      د) 44      ه) 45

21- در یک ستون 257 سرباز ایستاده اند. فرمانده دستور می دهد که نفراتی که در مکان های فرد قرار گرفته اند به همان ترتیب از صف خارج شوند، نفرات دیگر با حفظ ترتیب جای آنها را پر کنند و در نهایت نفرات از صف خارج شده به همان ترتیب به انتهای صف بروند. اگر فرمانده 41 مرتبه ی دیگر این دستور را تکرار کند، سربازی که در نهایت نفر اول صف شده، در ابتدا نفر چندم بوده است؟

- الف) 1      ب) 16      ج) 128      د) 253      ه) 255

22 فرض کنید  $ABC$  یک مثلث قائم الزاویه‌ی متساوی‌الساقین باشد که  $AB$  وتر آن است. مورچه‌ای داخل مثلث است. وی ابتدا به سمت نقطه‌ی  $A$  می‌رود تا جایی که فاصله‌اش تا آن نقطه نصف شود. سپس به سمت نقطه‌ی  $B$  می‌رود تا جایی که فاصله‌اش تا آن نقطه نصف شود و این دو حرکت را متناوباً تکرار می‌کند. بعد از 20 مرحله انجام این کار مورچه به کدام نقطه نزدیک‌تر است؟

الف)  $A$  (ب)  $B$  (ج)  $C$  (د) وسط وتر  $AB$  (ه) بستگی به مکان اولیه‌ی مورچه دارد.

23 بزرگترین عدد حقیقی  $k$  را بیابید که برای هر عدد مثبت  $a$  با شرط  $a - \frac{1}{a} \geq 1$ ، داشته باشیم:

$$a^3 - \frac{1}{a^3} \geq k(a - \frac{1}{a})$$

الف) 2 (ب)  $\sqrt{3}$  (ج) 4 (د)  $4\sqrt{3}$  (ه) 5

24 به چند صورت می‌توان یک چندجمله‌ای از درجه‌ی پنج ساخت که ضرایب آن، با ترتیبی دلخواه، اعداد 1، 2، 3 و ... 6 باشد و به علاوه بر چندجمله‌ای  $1 + x + x^2$  بخش پذیر باشد؟ (بخش پذیر بودن یک چندجمله‌ای بر چندجمله‌ای  $1 + x + x^2$  یعنی آن را بتوان به صورت ضرب چندجمله‌ای  $1 + x + x^2$  و یک چندجمله‌ای دیگر نوشت.)

الف) 1 (ب) 48 (ج) 120 (د) 360 (ه) چنین چندجمله‌ایی وجود ندارد.

25 توپ‌ی به شعاع 20 سانتی‌متر روی سطح زمین قرار دارد. بالاترین نقطه‌ی توپ را علامت می‌زنیم. پس از آن توپ را به اندازه‌ی  $25\pi$  سانتی‌متر به سمت شرق و سپس به اندازه‌ی  $25\pi$  سانتی‌متر به سمت شمال می‌غلطانیم. در نهایت ارتفاع علامت از سطح زمین چند سانتی‌متر است؟

الف)  $20 - 10\sqrt{2}$  (ب) 20 (ج)  $20 + 5\sqrt{2}$  (د)  $20 + 10\sqrt{2}$  (ه) 30

28 یک جورچین (پازل) ساده از 10 قطعه‌ی مربعی شکل تشکیل شده است که باید در یک ردیف در کنار هم قرار بگیرند تا تصویری مشخص را درست کنند. فرض کنید مکان‌های سوم و هشتم به درستی پر شده است و از این به بعد در هر مرحله تنها مجازیم قطعه‌ای را سر جایش قرار دهیم که دست کم یکی از قطعات مجاورش قبلاً جای گذاری شده باشد. به چند روش مختلف می‌توان 8 قطعه‌ی باقی‌مانده را سر جایشان گذاشت؟

الف) 1680 (ب) 3360 (ج) 4200 (د) 5040 (ه) 10080

29 در چهارضلعی محدب  $ABCD$ ،  $\hat{DAB} = 110^\circ$ ،  $\hat{BCD} = 125^\circ$  و  $AB = AD = 6$ . طول قطر  $AC$  چقدر است؟

الف) 5 (ب) 5.5 (ج) 6 (د) 6.5 (ه) اطلاعات کافی نیست.

30 حداکثر چند دایره در فضا می‌توان قرار داد به طوری که هر دو تا هم دیگر را در دو نقطه قطع کنند، هیچ سه تایی از یک نقطه عبور نکنند و هیچ دو تایی در یک صفحه قرار نداشته باشند؟

الف) 3 (ب) 4 (ج) 6 (د) 12 (ه) بی نهایت