

ش سندلی (ش داوطلب): نام واحد آموزشی: **دبیرستان انرژی اتمی ایران** نوبت امتحانی: دیماه ۹۰ پایه: سوم  
نام و نام خانوادگی: نام پدر: رشته / رشته های: ریاضی وقت امتحان: ۱۱۰ دقیقه  
سوالات امتحان درس: جبر و احتمال نام دبیر/دبیران: جناب آقای کریمی سال تحصیلی: ۹۱-۱۳۹۰  
ساعت امتحان: ۱۰/۳۰ تاریخ امتحان: ۱۴ / ۱۰ / ۱۳۹۰ تعداد برگ سوال: ۱ برگ

۱- با استفاده از استقرای ریاضی برای اعداد طبیعی  $n$  ثابت کنید: (۲ نمره)

$$\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$$

$$1 \times 3 \times 5 \times \dots \times (2n-1) \leq n^n$$

۲- با استقرا ثابت کنید  $3^{2n-1} + 5^{2n-1}$  بر ۵ بخش پذیر است. (۱ نمره)

۳- ثابت کنید: (۲ نمره) الف) مربع هر عدد فرد طبیعی در تقسیم بر ۸ باقیمانده‌ی ۱ خواهد داشت.

ب) مجموع ۳ عدد زوج متوالی، همواره بر ۶ بخش پذیر است.

۴- ثابت کنید  $\sqrt{2}$  گنگ است. (۱ نمره)

۵- اگر  $a, b, c$  طول اضلاع یک مثلث باشد، نشان دهید: (۲ نمره)

$$2(ab + bc + ac) \leq (a + b + c)^2 \leq 4(ab + bc + ca)$$

۶- از هر مجموع که شامل  $n$  عدد طبیعی باشد می توان زیرمجموعه‌ای غیر تهی چنان انتخاب کرد که مجموع عضوهای آن بر  $n$  بخش پذیرند. (۱ نمره)

۷- در مجموعه‌ای ۵ عدد وجود دارد، نشان دهید ۳ عدد از آن‌ها وجود دارد که مجموعشان بر ۳ بخش پذیر باشد. (۱ نمره)

۸- اعضاء هر یک از مجموعه‌های زیر را بنویسید. (۲ نمره)

$$۱) C = \{x + 2 \mid x^2 \leq 64, x \in \mathbb{Z}\}$$

$$۲) B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, \frac{12}{x} \in \mathbb{N}\}$$

۹- هر یک از مجموعه‌های زیر را با استفاده از یک گزاره بنویسید. (۲ نمره)

$$A = \{1, 4, 9, 16, 25\}$$

$$B = \{0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots\}$$

۱۰- تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه‌ی  $k$  عضوی از تعداد زیر مجموعه  $(k-2)$  عضوی ۴۸ واحد بیش‌تر است،  $k$  و تعداد زیر مجموعه‌های هر یک از دو مجموعه را بیابید. (۱ نمره)

۱۱- اگر  $A_i = [0, \frac{1}{i}]$  است، آنگاه  $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i$  را بدست آورید. (۱ نمره)

۱۲- با کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید: (۲ نمره)

الف)  $[[(A \cup B) - A'] \cup [B \cup (A - B')]] - A' = A$

ب)  $(A \Delta B)' = A' \Delta B$

۱۳- به کمک قوانین جبر مجموعه‌ها طرف دوم تساوی‌های زیر را بیابید. (۲ نمره)

الف)  $[(A \cup M')' \cap A']' - [(A \cap M')' - A'] =$

ب)  $[(\phi - A)' - (A - \phi)']' - [(\phi \cup A)' - (A' \cap \phi)']' =$

موفق باشید.