

ساعت امتحان: ۱۰/۳۰ صبح  
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۱۰/۱۷  
تعداد برگ سوالات: ۱ برگ

نام واحد آموزشی: **دبیرستان انرژی اتمی ایران** نوبت امتحانی: دیماه ۹۱ پایه: سوم  
نام پدر: رشته/ رشته های: ریاضی فیزیک وقت امتحان: ۱۰۰ دقیقه  
نام دبیر/ دبیران: جناب آقای رفیعی سال تحصیلی: ۹۲-۱۳۹۱

ش صندلی (ش داوطلب):  
نام و نام خانوادگی:  
سوال امتحان درس: جبر و احتمال

۱- با استفاده از استقراری ریاضی ثابت کنید: (۲ نمره)

$$\frac{1}{1 \times 3} + \frac{3}{3 \times 5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{(2n+1)} \quad (n \in \mathbb{N})$$

۲- با استفاده از اصل استقراء ریاضی، به ازای هر عدد طبیعی  $n \geq 2$ ، ثابت کنید: (۱ نمره)

$$1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{n} > n$$

۳- می دانیم  $\sqrt{7}$  گنگ است. با استفاده از برهان خلف ثابت کنید عدد  $\sqrt{2} + \sqrt{7}$  نیز گنگ است. (۲ نمره)

۴- ثابت کنید اگر  $m$  و  $n$  اعدادی فرد باشند آن گاه  $m^2 - n^2$  بر ۸ بخش پذیر است. (۱ نمره)

۵- اگر  $a$  و  $b$  و  $c$  اضلاع یک مثلث قائم الزاویه باشند و  $c$  وتر باشد ثابت کنید: (۱ نمره)

$$a + b < \sqrt{2}c$$

۶- اگر  $a$  و  $b$  و  $c$  سه عدد گنگ باشند، آیا  $a^3 b^4 c^2$  یک عدد گنگ است؟ مثال نقض ارائه دهید؟ (۱ نمره)

۷- ۲۰ عدد طبیعی دلخواه را بر ۶ تقسیم می کنیم، نشان دهید حداقل ۴ عدد آنها باقیمانده ی مساوی دارند. (۲ نمره)

۸- به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید: (۳ نمره)

$$B \subset A \Rightarrow A' \subset B' \quad (\text{ب})$$

$$P[A \cap (A' \cup B)] \cup [B \cap (A' \cup B')] = B \quad (\text{الف})$$

۹- اگر سه عضو به مجموعه ی  $A$  اضافه کنیم به تعداد اعضای  $p(A)$ ، ۱۱۲ واحد اضافه می شود، مطلوبست تعداد زیرمجموعه های محض مجموعه ی  $A$ . (۱ نمره)

۱۰- اگر  $A = \{1, 2\}$  و  $B = \{2, 3\}$  باشد، عضوهای مجموعه ی  $A^2 - B^2$  را مشخص کنید. (۲ نمره)

۱۱- اگر  $A = [1, 3]$  و  $B = [-1, 2]$  باشد، مطلوبست سطح محدود به  $A^2 - A \times B$ . (۲ نمره)

موفق؛ سید