محل مهر یا امضاء مدیر

سوال

جمهوری اسلامی ایران

اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران

اداره آموزش و پرورش منطقه ۶ تهران

ش صندلی(ش داوطلب):	نام واحد آموزشی: **دبیرستان انرژی اتمی ایران** نوبت امتحانی: دیماه ۱۳۹۳ پایه: سوم	ساعت امتحان: ۸/۳۰ صبح
نام و نام خانوادگی:	نام پدر: رشته/ رشته های: ریاضی فیزیک وقت امتحان: ۱۰۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۳/۱۰/۶
سوالات امتحان درس: هندسه(۲)	نام دبیر/دبیران: جناب آقای توفیقی سال تحصیلی: ۹۴- ۱۳۹۳	تعداد برگ: ۱برگ

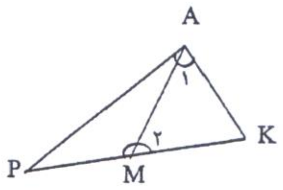
۱- قضیه: ثابت کنید در هر مثلث، نیمساز هر زاویه، ضلع روبرو به آن زاویه را به نسبت دو ضلع زاویه قطع می‌کند. (۲)

۲- ثابت کنید: در هر مثلث، هرمیانه از نصف مجموع دو ضلع مجاور آن کوچک‌تر است. (۱/۵)

۳- در مثلث PAK، نقطه‌ی M روی ضلع PK قرار دارد. (۲)

الف) ثابت کنید اگر $PM = AK$ باشد، آن‌گاه $AP > MK$

ب) ثابت کنید اگر $AM = AK$ باشد، آن‌گاه $AP > AK$



۴- از نقطه‌ای روی قاعده‌ی یک مثلث متساوی‌الساقین که طول ساق آن برابر ۵ است، دو خط به موازی دو ساق رسم می‌کنیم. تا دو ساق را قطع کند، محیط چهارضلعی حاصل را بدست آورید. (۱/۵)

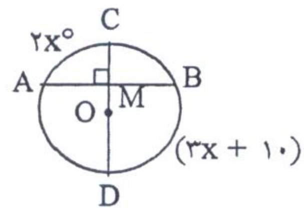
۵- دایره‌ی (c) و خط Δ در یک صفحه داده شده‌اند. نقطه‌ای روی دایره‌ی (c) تعیین کنید که از خط Δ به فاصله‌ی معلوم L باشد، مسئله چند جواب دارد؟ (۱)

۶- از مثلث ABC ، اندازه‌ی ضلع‌های $AB = c$ و $AC = b$ و طول ارتفاع $AH = h_a$ معلوم است. مثلث را رسم کنید.(با ذکر روش رسم) (۲)

۷- با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید مجموع فاصله‌های هر نقطه درون مثلث متساوی‌الاضلاع از سه ضلع آن مقداری ثابت است. (۲)

۸- قضیه: ثابت کنید در یک دایره، از دو وتر نابرابر آن‌که بزرگ‌تر است، به مرکز دایره نزدیک‌تر است. (۲)

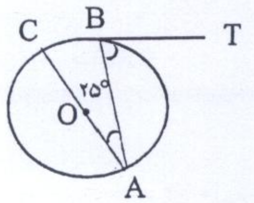
۹- در شکل زیر x را به دست آورید. (۱)



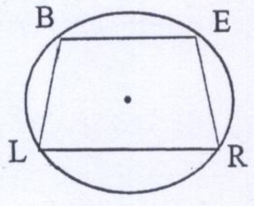
۱۰- قضیه: ثابت کنید، اگر در یک چهارضلعی زاویه‌های روبه‌رو مکمل باشند، آن چهارضلعی محاطی است. (۲)

ادامه در صفحه بعد ←

۱۱- در شکل روبه‌رو اندازه‌ی زاویه‌ی ظلی $\widehat{ABT}$ را به دست آورید. $(\widehat{BAC} = ۲۵^\circ)$ (۱)

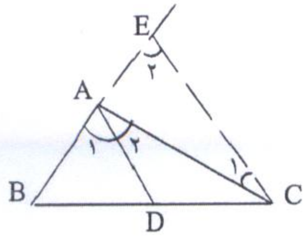


۱۲- در دایره‌ی (C)، $ER = BL$ مفروض است. (۲)
ثابت کنید: $BE \| LR$



موفق باشید.

۱- حکم: $\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{DC}$

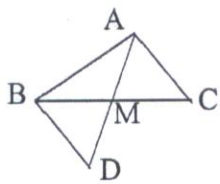


از رأس C خطی به موازات AD رسم می‌کنیم تا امتداد AB را در E قطع کند. داریم:

$$AD \parallel CE \Rightarrow \begin{cases} \hat{A}_۲ = \hat{C}_۱ \\ \hat{A}_۱ = \hat{E}_۲ \text{ و } \hat{A}_۱ = \hat{A}_۲ \end{cases} \Rightarrow \hat{C}_۱ = \hat{E} \Rightarrow AE = AC \ (۱)$$

$$AD \parallel CE \Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{BD}{DC} \xrightarrow{(۱)} \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$

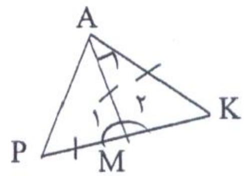
۲- ابتدا میانه AM را به اندازه خودش از سمت M امتداد می‌دهیم تا نقطه D به‌دست آید، از D به B وصل می‌کنیم:



$$\left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} \widehat{ABD}: AD < AB + BD \\ \qquad AM = MD \end{array}\right\} \Rightarrow ۲AM < AB + BD \\ \widehat{AMC} \cong \widehat{DMB} \quad (\text{ض ز ض}) \Rightarrow AC = BD \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow ۲AM < AB + AC \Rightarrow AM < \frac{AB + AC}{۲}$$

۳- الف) $\hat{M}$ زاویه‌ی خارجی مثلث AMK است.

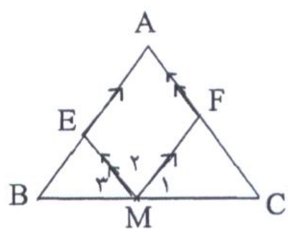


در هر مثلث هر زاویه‌ی خارجی بزرگتر از زاویه‌ی داخلی غیر مجاورش است. اگر در دو مثلث دو ضلع برابر و زاویه‌ی بین نابرابر باشد مثلثی که زاویه‌ی بین اضلاع مساویش بزرگتر است ضلع سومش هم بزرگتر است. پس $AP > MK$

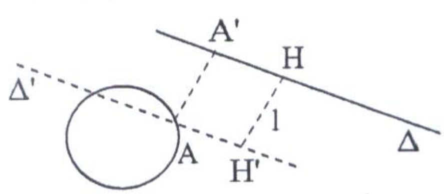
ب) در مثلث $\widehat{AMP}$ زاویه‌ی $\hat{M}_۲$ زاویه‌ی خارجی است. پس بزرگتراز زاویه‌ی داخلی غیر مجاورش است.

در مثلث $\widehat{APK}$ داریم: $K > P$ پس $AP > AK$

۴-

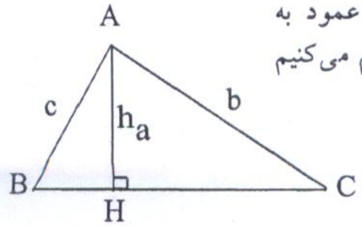


۵- از نقطه‌ی دلخواه H روی خط Δ عمود HH' را به طول L خارج می‌کنیم از نقطه‌ی H' خطی موازی Δ رسم می‌کنیم و آن را Δ' می‌نامیم محل تلاقی Δ' با دایره جواب مسئله است زیرا فاصله‌ی دو خط موازی همواره مقداری ثابت است.

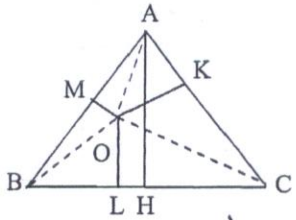


اگر Δ' دایره را در ۲ نقطه قطع کند مسئله دارای ۲ جواب است. اگر Δ' با دایره مماس باشد مسئله دارای یک جواب است. اگر Δ' دایره را قطع نکند مسئله جواب ندارد و بالاخره اگر Δ دایره را قطع کند Δ' در بالا Δ' پائین خط Δ به فاصله‌ی L رسم می‌شود. دراین حالت مسئله می‌تواند دارای ۴ یا ۳ جواب یا ۲ جواب یا ۱ جواب باشد یا اصلاً جواب نداشته باشد.

۶- ابتدا خط دلخواهی رسم می‌کنیم سپس عمودی از آن خارج می‌کنیم بر روی عمود به اندازه‌ی h_a جدا می‌کنیم تا نقطه‌ی A و دایره‌هایی به شعاع‌های AC و AB رسم می‌کنیم تا خط اولیه را در نقاط C و B قطع کند. مثلث $\widehat{ABC}$ جواب مسئله است.



۷- $S_{AOB} + S_{AOC} + S_{BOC} = S_{ABC}$, $AB = AC = BC$



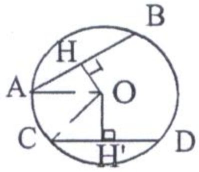
$$\frac{۱}{۲} OM . AB + \frac{۱}{۲} OK . AC + \frac{۱}{۲} OL . BC = \frac{۱}{۲} BC . AH$$

$$\frac{۱}{۲} OM . BC + \frac{۱}{۲} OK . BC + \frac{۱}{۲} OL . BC = \frac{۱}{۲} BC . AH$$

$$\frac{۱}{۲} BC (OM + OK + OL) = \frac{۱}{۲} BC . AH \Rightarrow OM + OK + OL = AH$$

۸-

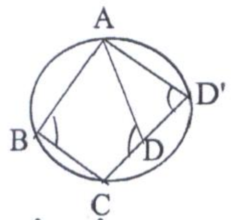
OH و 'OH وترهای AB و CD را نصف می‌کند و داریم:



$$\left.\begin{array}{l} O\overset{\triangle}{A}H : AH^۲ = R^۲ - OH^۲ \\ O\overset{\triangle}{H}'C : CH^۲ = R^۲ - OH \\ OH' > OH \end{array}\right\} \Rightarrow AH^۲ CH'^۲ \Rightarrow AH > CH'$$

۹- $\widehat{AMC} = \frac{AC + BD}{۲} \Rightarrow ۹۰ = \frac{۲x + ۳x + ۱۰}{۲} \rightarrow ۵x + ۱۰ = ۱۸۰ \rightarrow x = ۳۴$

۱۰- فرض:



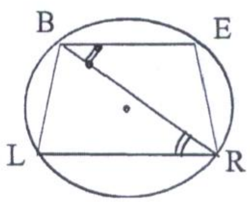
حکم: ABCD محاطی است.

برهان: از هر سه نقطه‌ی غیر واقع بر یک خط راست یک دایره می‌گذرد. باید ثابت کنیم دایره‌ای که از سه نقطه‌ی A و B و C می‌گذرد از نقطه‌ی D نیز عبور می‌کند. از برهان خلف استفاده می‌کنیم. اگر این دایره از نقطه‌ی D نگذرد. نقطه‌ی برخورد خط CD با دایره را 'D به A وصل می‌کنیم چون 'ABCD محاطی است. پس: $\widehat{B} + \widehat{D'} = ۱۸۰^\circ$ بنا به فرض داریم $\widehat{B} + \widehat{D} = ۱۸۰^\circ$ پس $\widehat{D} = \widehat{D'}$ از طرفی D زاویه‌ی خارجی مثلث 'ADD است پس باید از 'D بزرگتر باشد یعنی $D > D'$ که این تناقض است در نتیجه فرض خلف یعنی اینکه دایره از نقطه‌ی D نمی‌گذرد نادرست است و حکم قضیه درست است.

۱۱- $\widehat{A} = \frac{BC}{۲} \rightarrow BC = ۵۰ \rightarrow AB = ۱۸۰ - ۵۰ = ۱۳۰ \rightarrow \widehat{ABT} = \frac{۱۳۰}{۲} = ۶۵$

۱۲- فرض: $ER = BL$

حکم: $BE \parallel LR$



برهان: B را به R وصل می‌کنیم. در یک دایره کمانهای روبه‌رو به وترهای مساوی برابرند.

زوایای محاطی روبه‌رو به کمانهای مساوی:

اگر دو خط را خط سومی قطع کند و زوایای متبادل داخلی با هم برابر باشند. آن دو خط موازیند.