

ساعت امتحان: ۸/۳۰ صبح
تاریخ امتحان: ۹۴/۱۰/۱۴
تعداد برگ: ۱ برگش سندلی (ش داوطلب): نام واحد آموزشی: **دبیرستان انرژی اتمی ایران** نوبت امتحانی: دی ماه ۹۴ پایه: سوم
نام و نام خانوادگی: نام پدر: رشته/ رشته های: ریاضی فیزیک زمان امتحان: ۹۰ دقیقه
سوالات امتحان درس: جبر و احتمال نام دبیر/ دبیران: جناب آقای حقیقت سال تحصیلی: ۹۵-۱۳۹۴

ردیف	امتحان در یک صفحه تنظیم شده است	بارم
۱	با استفاده از استقرای ریاضی ثابت کنید:	۳
	(الف) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} = 1 - \frac{1}{2^n} \quad \forall n \in \mathbb{N}$	
	(ب) $n! > 3^n \quad n \geq 7$	
۲	مورد درست را ثابت و مورد نادرست را با مثال نقض رد کنید. (الف) مربع هر عدد حقیقی از مکعب آن کوچکتر است. (ب) مربع هر عدد فرد منهای یک، مضرب ۸ است.	۱/۵
۳	به روش بازگشتی ثابت کنید اگر a و b دو عدد حقیقی باشند، آنگاه: $b^2 + 1 \geq 2a(b - a + 1)$	۱/۵
۴	با فرض اینکه $\sqrt{3}$ عددی گنگ است، ثابت کنید $7 + 2\sqrt{3}$ نیز عددی گنگ است. (برهان خلف)	۲
۵	از ۳۲ نفر حاضر در یک سالن سینما حداقل چند نفر در یک روز هفته متولد شده‌اند؟ چرا؟	۲
۶	سه مجموعه مانند A و B و C مثال برزید بطوریکه: $A \in B, B \in C, A \in C$	۱
۷	هرگاه $A_n = (1 - n, \frac{1}{n})$ باشد، آنگاه $\bigcup_{n=1}^5 A_n$ و $\bigcap_{n=1}^5 A_n$ را بیابید.	۱/۵
۸	به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید: $(A \cap C) - (B \cap C) = (A - B) \cap C$	۲
۹	اگر A و B جدا از هم باشند، ثابت کنید: $A - B = A$	۱/۵
۱۰	اگر $A = \{n \mid n \in \mathbb{N}, n^2 < 10\}$ و $B = \{1, 2\}$ باشد، مجموعه‌های $A^2 - B^2$ و $A \times B - B^2$ را مشخص کنید.	۲
۱۱	نمودار رابطه روبرو را رسم کنید: $R = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 \leq 9, y \leq x + 3\}$	۲