

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۹۴/۳/۱۶	سال سوم آموزش متوسطه	نام و نام خانوادگی:
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۴	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.

۰/۷۵	۱	واژه های زیر را تعریف کنید: الف) خطهای همرس ب) چند ضلعی محاطی ج) صفحه عمود منصف یک پاره خط
۱/۵	۲	قضیه: ثابت کنید اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند، آنگاه زاویه مقابل به ضلع بزرگتر، بزرگتر است از زاویه مقابل به ضلع کوچکتر.
۱	۳	در مثلث متساوی الساقین ABC، نقطه دلخواه P روی امتداد قاعده BC قرار دارد. ثابت کنید تفاضل فاصله های نقطه P از دو ساق آن مقداری ثابت است.
۰/۷۵	۴	مثلث ABC متساوی الاضلاع است. اگر $BD < DC$ ، ثابت کنید $\widehat{BAD} < \widehat{DAC}$.
۱/۵	۵	قضیه: ثابت کنید سه ارتفاع هر مثلث همرسند. (راهنمایی: از رأسهای مثلث خط هایی به موازات سه ضلع مثلث رسم کنید تا مثلث جدیدی تشکیل شود.)
۱	۶	شعاعهای دو دایره هم مرکز ۱۰ و ۶ سانتی متر هستند. اندازه وترى از دایره بزرگتر را که بر دایره کوچکتر مماس است پیدا کنید.
۱	۷	خط مماس بر دایره در نقطه T و امتداد وتر AB در نقطه M متقاطعند. با فرض $\frac{a}{1} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5}$ و $\widehat{AT} = c$ ، $\widehat{BA} = b$ ، $\widehat{TB} = a$ اندازه زاویه M را تعیین کنید.
۱/۲۵	۸	ثابت کنید اگر امتداد وتر های AA' و BB' از دایره (C) یکدیگر را در نقطه M قطع کنند آنگاه: $MA \times MA' = MB \times MB'$
۱/۲۵	۹	دایره (O, R) و نقطه M واقع در خارج این دایره داده شده اند، از نقطه M بر این دایره دو مماس رسم کنید. (مراحل رسم را توضیح دهید)
		«ادامه پرسش ها در صفحه دوم»

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی:		سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۹۴/۳/۱۶	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در فویت خرداد ماه سال ۱۳۹۴		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)			
۱۰	عبارات زیر را با کلمات مناسب پر کنید: الف) کمان در خور زاویه 90° روبه رو به یک پاره خط مانند AB ، دایره ای است. ب) تبدیل نگاشتی از صفحه به روی خودش است. ج) حداقل نقطه در فضا وجود دارد که بر یک صفحه قرار ندارند. د) محل تقاطع دو صفحه آن دو صفحه نامیده می شود.			
۱۱	تحت یک بازتاب نقطه $(-۱, -۳)$ روی نقطه $(۵, ۳)$ تصویر شده است، معادله محور بازتاب را بنویسید.			
۱۲	نقاط $A(۳, ۰)$ ، $B(۵, ۰)$ و $C(۳, ۴)$ رأس های یک مثلث هستند. الف) تصویر مثلث ABC را تحت تبدیل $D(x, y) = (-y + ۲, x - ۲)$ بدست آورده و رسم کنید. ب) تصویر مثلث ABC را ابتدا تحت دوران $R(x, y) = (-y, x)$ پیدا کرده و آن را $A'B'C'$ بنامید. سپس تصویر $A'B'C'$ را تحت انتقال $T(x, y) = (x + ۲, y - ۲)$ تعیین کنید. نتیجه به دست آمده را با نتیجه الف) مقایسه کنید.			
۱۳	تحت تجانس به مرکز $(۰, ۰)$ نقطه $A(۴, ۲)$ روی نقطه $A'(۲, ۱)$ تصویر شده است، ضابطه تجانس را بنویسید و نوع آن را مشخص کنید.			
۱۴	قضیه: با استفاده از ویژگیهای تبدیل بازتاب ثابت، کنید زاویه های رو به رو به ضلع های مساوی در مثلث متساوی الساقین با یکدیگر برابرند.			
۱۵	درستی و یا نادرستی عبارات های زیر را تعیین کنید: الف) هر صفحه، با یک نقطه از آن، و یک خط عمود بر آن، مشخص می شود. ب) در هر مکعب مستطیل هریال با یک و تنها یک وجه آن موازی است. ج) اگر P و Q دو صفحه عمود بر هم باشند، هر کدام شامل خطی است که بر دیگری عمود است.			
۱۶	قضیه: ثابت کنید اگر خط L با صفحه P موازی باشد، هر صفحه که از L بگذرد و با P متقاطع باشد، P را در یک خط موازی L قطع می کند.			
۱۷	از نقطه A خارج صفحه P ، خطی موازی P رسم کنید. (مراحل رسم را توضیح دهید)			
۱۸	فرض کنید A ، B و C سه نقطه از صفحه P باشند که بر یک خط قرار ندارند و $AB = AC$. اگر K نقطه ای خارج از صفحه P باشد که $KB = KC$ و خط KA بر خط AB عمود باشد، ثابت کنید خط KA بر صفحه P عمود است.			
۲۰	جمع نمره			
	موفق باشید			

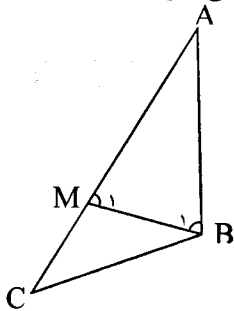
باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۳/۱۶
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۴	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

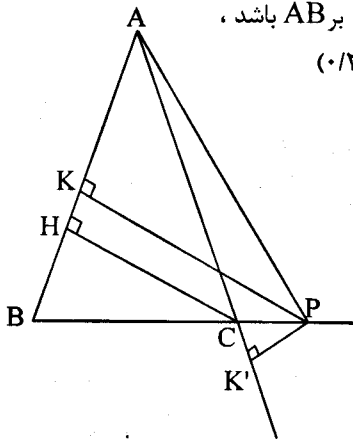
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) هر گاه چند خط فقط در یک نقطه همدیگر را قطع کنند، هم‌رس نامیده می‌شوند. (۰/۲۵) ص ۴ ب) اگر همه رأسهای یک چند ضلعی روی یک دایره قرار داشته باشند، آن چند ضلعی محاطی نامیده می‌شود. (۰/۲۵) ص ۵۸ ج) صفحه‌ای را که در وسط یک پاره خط، بر آن عمود باشد، صفحه عمود منصف آن پاره خط، می‌نامیم. (۰/۲۵) ص ۱۵۴	۰/۱۷۵
---	---	-------

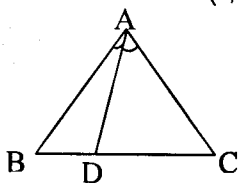
۲	فرض: $AC > AB$ و حکم: $\hat{B} > \hat{C}$ برهان: چون طبق فرض $AC > AB$ ، بنابراین پاره خط AM را به اندازه AB روی AC جدا می‌کنیم و از نقطه M به B وصل می‌کنیم. (۰/۲۵) چون $AB = AM$ پس مثلث ABM متساوی الساقین است، در نتیجه: $\hat{B}_1 = \hat{M}_1$ (۰/۲۵) (۱) از طرفی چون زاویه M_1 یک زاویه خارجی مثلث MBC است در نتیجه از هر یک از زاویه‌های داخلی غیر مجاورش بزرگتر خواهد بود. بنابراین $\hat{M}_1 > \hat{C}$ (۰/۲۵) (۲) باتوجه به دو رابطه (۱) و (۲) $\hat{B}_1 > \hat{C}$ (۰/۲۵) (۳) از طرفی نقطه M بین دو نقطه A و C واقع است، بنابراین BM نیم خطی داخل زاویه B است و در نتیجه زاویه B_1 جزئی از زاویه B است، یعنی $\hat{B} > \hat{B}_1$ (۰/۲۵) (۴) از مقایسه (۳) و (۴) نتیجه می‌شود: $\hat{B} > \hat{C}$ (۰/۲۵) ص ۱۹	۱/۱۵
---	---	------



۳	فرض می‌کنیم در مثلث متساوی الساقین ABC ، $AB = AC = a$ و ارتفاع CH وارد بر AB باشد، رأس A را به P وصل کرده عمودهای PK و PK' را بر دو ساق مثلث رسم می‌کنیم (۰/۲۵) بنابراین این: $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABP} - S_{\triangle ACP}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \frac{1}{2} CH \times AB = \frac{1}{2} PK \times AB - \frac{1}{2} PK' \times AC$ (۰/۲۵) $\frac{1}{2} CH \times a = \frac{1}{2} a (PK - PK') \Rightarrow CH = PK - PK'$ (۰/۲۵) ص ۲۲	۱
---	--	---



۴	در مثلث متساوی الاضلاع ABC ، $AB = AC$ است. بنابراین در دو مثلث ADC و ABD : (۰/۲۵) داریم: $\begin{cases} AB = AC \\ \text{ضلع مشترک } AD \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow \text{عکس قضیه لولا} \\ BD < DC \end{cases}$ ص ۲۹	۰/۱۷۵
---	--	-------



«ادامه در صفحه دوم»

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۳/۱۶
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۴	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱/۵	<p style="text-align: center;">رسم شکل (۰/۲۵)</p>	<p>از رأس های A , B و C به ترتیب خطهایی موازی ضلعهای BC , AC و AB از مثلث ABC رسم می کنیم تا مثلث MNP حاصل شود . چهار ضلعی AMCB متوازی الاضلاع است . در نتیجه $AM=BC$ (۱) (۰/۲۵) و از طرف دیگر چهار ضلعی ACBP نیز متوازی الاضلاع است در نتیجه $AP=BC$ (۲) از رابطه های (۱) و (۲) نتیجه میشود $PA=AM$ (۰/۲۵) یعنی AH_1 از وسط PM میگذرد و از طرف دیگر چون $AH_1 \perp BC$ و $PM \parallel BC$ پس $AH_1 \perp PM$ (۰/۲۵) در نتیجه AH_1 عمود منصف ضلع PM می باشد. (۰/۲۵) با همین روش ثابت میشود BH_2 عمود منصف ضلع PN و CH_3 عمود منصف ضلع MN از مثلث MNP است ومی دانیم که سه عمود منصف اضلاع هر مثلث همرسند. (۰/۲۵) در نتیجه ارتفاع های AH_1 و BH_2 و CH_3 همرسند . ص ۳۷</p>	۵
-----	---	---	---

۱		<p>AB وتری از دایره بزرگتر بر دایره کوچکتر مماس است . بنابراین شعاع OH بر AB عمود است. (۰/۲۵) در نتیجه $AH=HB$ (۰/۲۵) پس $AH' = OA' - OH' \rightarrow AH' = 10^2 - 6^2$ (۰/۲۵) $\rightarrow AH' = 64 \rightarrow AH = 8 \rightarrow AB = 16$ (۰/۲۵)</p>	۶
---	--	--	---

ص ۵۶

۱		$\begin{cases} b = 4a \\ c = 5a \end{cases} \Rightarrow 10a = 360 \Rightarrow a = 36 \text{ (۰/۲۵)}, c = 180 \text{ (۰/۲۵)}$ $a + b + c = 36 \text{ (۰/۲۵)}$ $M = \frac{c-a}{2} = \frac{144}{2} = 72 \text{ (۰/۲۵)}$	۷
---	--	--	---

ص ۷۳

۱/۲۵	<p style="text-align: center;">رسم شکل (۰/۲۵)</p>	<p>ابتدا A را به B' و B را به A' وصل می کنیم . دو مثلث $A'MB'$ و AMB' متشابه اند، (۰/۲۵) زیرا: $\begin{cases} \hat{A} = \hat{B} = \frac{\widehat{A'B'}}{2} \text{ (زاویه محاطی)} \\ \hat{M} \text{ مشترک} \end{cases} \Rightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{MB'}{MA'} \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow$ $MA \times MA' = MB \times MB'$ </p>	۸
------	---	---	---

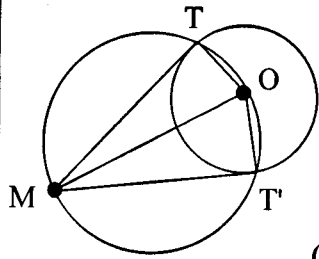
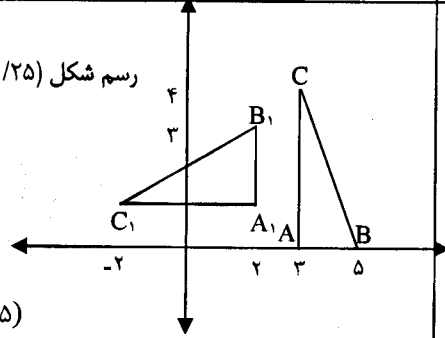
ص ۷۶

«ادامه در صفحه سوم»

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۳/۱۶
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۴	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

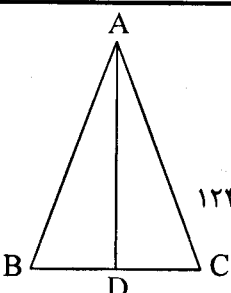
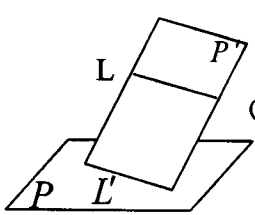
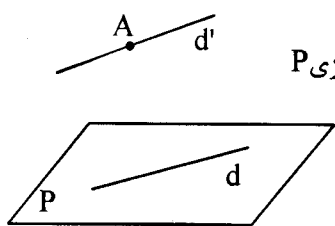
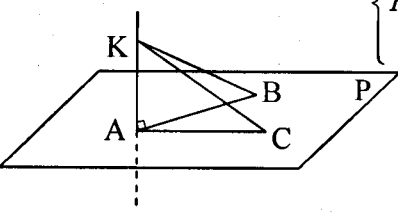
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۹	<p>نقطه M را به O مرکز دایره (C) وصل کرده ، دایره به قطر OM را رسم می کنیم.</p> <p>تادایره (C) را در نقاط T و T' قطع کند . زاویه های $\widehat{OTM} = \widehat{OT'M} = 90^\circ$ (۰/۲۵)</p> <p>زیرا زاویه های محاطی و روبه رو به قطر هستند (۰/۲۵) پس در نتیجه</p> <p>MT در نقطه T و MT' در نقطه T' بر دایره (C) مماسند . (۰/۲۵)</p> <p>رسم شکل (۰/۵)</p> 	۱/۲۵
۱۰	<p>الف) به قطر AB (۰/۲۵) ۶۴ ص یک به یک (۰/۲۵) ۸۵ ص (ج چهار) (۰/۲۵) ۱۳۱ ص (د) فصل مشترک (۰/۲۵) ۱۳۲ ص</p>	۱
۱۱	<p>نقطه A (-۳, -۱) تحت بازتاب نسبت به خط L روی B (۳, ۵) تصویر شده است ، بنا بر این :</p> <p>$m_{AB} = \frac{5 - (-1)}{3 - (-3)} = 1$ (۰/۲۵) $\Rightarrow m_L = -1$ (۰/۲۵)</p> <p>$M = (0, 2)$ وسط AB</p> <p>$\Rightarrow L: y - 2 = -x$ (۰/۲۵)</p>	۱
۱۲	<p>رسم شکل (۰/۲۵)</p>  <p>نتیجه ترکیب دوران R و انتقال T با تبدیل D یکسان است . (۰/۲۵) ۱۱۰ ص</p>	۲
۱۳	<p>$(4 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 1) \Rightarrow k = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵)</p> <p>$D(x, y) = (\frac{1}{2}x, \frac{1}{2}y)$ (۰/۲۵)</p> <p>نوع آن انقباض است (۰/۲۵)</p> <p>۱۱۹ ص</p>	۰/۲۵
	«ادامه در صفحه چهارم»	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۳/۱۶
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۴	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۴	<p>در مثلث ABC، $AB=AC$ و نیمساز زاویه A، ضلع BC را در D قطع می‌کند. تحت بازتاب نسبت به خط AD (۰/۲۵)، خطی که شامل پاره خط AB است، روی خطی که شامل پاره خط AC است تصویر می‌شود. (۰/۲۵) چون $AB=AC$ پس $B \rightarrow C$ (۰/۲۵). بنا بر این $\hat{B} = \hat{C}$ (۰/۲۵) یعنی زاویه‌های مقابل به ضلعهای مساوی در مثلث متساوی الساقین برابرند. ص ۱۲۴</p> 	۱
۱۵	<p>الف) درست (۰/۲۵) ص ۱۵۳ (ب) نادرست (۰/۲۵) ص ۱۵۴ (ج) درست (۰/۲۵) ص ۱۵۵</p>	۰/۲۵
۱۶	<p>برای اثبات این قضیه، دو حالت موازی بودن یک خط و یک صفحه در فضا را در نظر می‌گیریم. الف) خط L در صفحه P قرار ندارد. فرض کنیم P' صفحه گذرنده از L باشد که P را در خط L' قطع می‌کند. (۰/۲۵) L و هر L' دو در صفحه P' هستند و یکدیگر را قطع نمی‌کنند. (۰/۲۵) زیرا از متقاطع بودن L و L' نتیجه می‌شود که خط L صفحه P را قطع می‌کند، که این خلاف فرض است. (۰/۲۵) پس باهم موازیند. (۰/۲۵) ب) خط L در صفحه P قرار دارد. پس در این حالت هر صفحه P' متمایز از P که از L می‌گذرد، صفحه P را در همان خط L قطع می‌کند. (۰/۲۵) و درستی قضیه روشن است. ص ۱۳۹</p> 	۱/۵
۱۷	<p>خط دلخواه d را در صفحه P رسم می‌کنیم. از نقطه A خط d' را موازی d رسم می‌کنیم. (۰/۲۵) با یک خط از P موازی است پس بنا به قضیه شرط توأزی d موازی P می‌باشد. پس جواب مسأله است. (۰/۲۵) ص ۱۴۱</p> 	۱
۱۸	<p> $\left\{ \begin{array}{l} AB = AC \\ KB = KC \\ KA \end{array} \right. \Rightarrow \begin{array}{l} \Delta \\ \Delta \end{array} KAB \cong KAC \quad (۰/۱۵) \Rightarrow \hat{KAB} = \hat{KAC} = 90^\circ \quad (۰/۲۵)$ ضلع مشترک </p> <p>بنابراین KA عمود بر دو خط غیر موازی AB و AC در صفحه P می‌باشد پس بنا بر قضیه اساسی تعامد KA بر صفحه P عمود است. (۰/۲۵) ص ۱۵۴</p> 	۱
۲۰	جمع نمره	

مصححین محترم: لطفاً به راه حل‌های درست و منطبق بر کتاب درسی بازم به تناسب منظور شود.