



آزمون مدارک برتر ایران



به ابتکار دبیرستان انرژی اتمی ایران



آزمون

المپیاد

۲۸ مهر ۱۳۹۰

کامپیوتر سال دوم و سوم

مدت آزمون: ۳/۵ ساعت

۱- در جزیره‌ای دایره‌ای شکل ۱۰۰ شهر به صورت رأس‌های ۱۰۰ ضلعی منتظم (در ساحل) قرار گرفته‌اند. می‌دانیم که این شهرها به ترتیب در جهت عقربه‌های ساعت از ۱ تا ۱۰۰ شماره‌گذاری شده‌اند. با تحقیقات انجام شده فهمیدیم که شهر شماره i به $\left\lfloor \frac{i}{2} \right\rfloor$ شهر بعدیش جاده دارد. یعنی به شهرهای $i + 1$ تا $\left\lfloor \frac{i}{2} \right\rfloor + i$ (دقت کنید که شهرها به صورت دایره‌ای قرار گرفته‌اند یعنی بعد از شهر صدم، شهر یکم قرار دارد. یعنی هرگاه در عبارت $i + 1$ تا $\left\lfloor \frac{i}{2} \right\rfloor + i$ عددی بزرگتر از ۱۰۰ دیدیم از آن صد واحد کم می‌کنیم) حال بگویید که چند جاده وارد شهر ۳۰ ام شده؟

- ۲۵ (۱) ۲۴ (۲) ۱۵ (۳) ۱۴ (۴) ۱۰ (۵)

۲- رشته‌ای به طول ۱۲ از «+» و «-» داریم. حامد می‌خواهد بازه‌ای به طول ۶ از این رشته انتخاب کند که تعداد «+» و «-» هایش برابر باشند. می‌دانیم که تعداد «+» و «-» های رشته‌ی ۱۲ تایی ابتدایی برابر است. در چند حالت او نمی‌تواند این بازه به طول ۶ را انتخاب کند؟

- (۱) $\binom{12}{6}$ (۲) $\binom{6}{3}^2$ (۳) ۲۶ (۴) $\binom{6}{4}^2$ (۵) صفر

۳- ۲۹ توپ با شماره‌های ۲ تا ۳۰ داریم و می‌خواهیم آن‌ها را در ۲۹ سبد با شماره‌های ۱ تا ۲۹ قرار دهیم، به شرطی که شماره توپ در هر سبد بر شماره سبد بخشیدار باشد. این کار به چند حالت امکان پذیر است؟

- ۷ (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۵ (۵)

۴- در جمعی، n نفر حضور دارند؛ هر فرد با ۳ نفر دوست است و هر ۲ نفری که در نظر بگیریم دقیق دو دوست مشترک دارند. n کدام یک از اعداد زیر می‌تواند باشد؟

- ۱۳۸۶ (۱) ۱۳۸۷ (۲) ۱۳۸۸ (۳) ۱۳۸۹ (۴) ۱۳۹۰ (۵)

المپیاد کامپیوتر سال دوم و سوم

۵- سازمان آموزش و پرورش اجازه ی انجام ۵ برنامه ی زنده ی تئاتر را به مدرسه داده است. در هر برنامه گروهی از دانش آموزان به اجرای نمایش می پردازند و بقیه دانش آموزان به هر کدام از اجرا کنندگان نمره می دهند. می خواهیم هر دانش آموز حداقل یک بار به هر دانش آموز دیگر نمره داده باشد. حداکثر تعداد دانش آموزان چقدر می تواند باشد؟

(۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴) ۱۰ (۵) ۱۱

۶- یک جدول 13×13 داریم که در خانه ی پایین سمت چپ آن در گوشه؛ یک اسب ایستاده است؛ می خواهیم این اسب را حرکت دهیم به طوری که همه ی خانه های جدول را طی کند (دقیقاً روی هر خانه یک بار قرار گیرد) و به جای اولیه ی خود باز گردد این کار به چند طریق امکان پذیر است؟ (مثل بازی شطرنج اسب در هر حرکت یک خانه در جهت افقی و دو خانه در جهت عمودی -یا برعکس - طی می کند تا به خانه ی بعدی برسد)

(۱) صفر (۲) ۱۳ (۳) ۱۶۹ (۴) ۴۵۹ (۵) ۴۶۰

۷- زیر مجموعه های A_1, A_2, \dots, A_p از مجموعه $\{1, 2, \dots, 10\}$ وجود دارند که یکسان نیستند و دو به دو با هم اشتراک دارند. P کدام یک از اعداد می تواند باشد؟

(۱) ۴۰۰ (۲) ۶۰۰ (۳) ۸۲۰ (۴) ۹۹۳ (۵) ۱۰۲۴

۸- کشوری دارای n شهر است که با یکسری جاده به هم وصل شده اند. جاده ها یک طرفه هستند. می دانیم که اگر از شهری خارج شویم، دیگر نمی توانیم به آن شهر برگردیم. کدام یک از گزینه های زیر صحیح است؟

(۱) شهری وجود دارد که نمی توانیم از آن خارج شویم.

(۲) شهری وجود دارد که می توان از آن، به همه ی شهرها رفت.

(۳) از هر شهری می توان به هر شهری رفت

(۴) گزینه های ۱ و ۲

(۵) گزینه های ۱ و ۲ و ۳

۹-۲۰۱۲ زندانی در زندان، محکوم به مرگ هستند؛ می‌دانیم که قرار است این زندانی‌ها در یک صف قرار بگیرند و کلاهی به رنگ آبی یا قرمز بر سر آن‌ها گذاشته شود؛ هر فرد رنگ کلاه خود را نمی‌بیند و فقط رنگ کلاه نفرات جلو رو می‌داند و می‌بیند! از ته صف زندان‌بان شروع می‌کند و از فرد می‌پرسد که رنگ کلاهش چه رنگی است؟ اگر فرد درست جواب دهد آزاد می‌شود و اگر غلط جواب دهد، همانجا کشته می‌شود (بقیه هم می‌فهمند که طرف کشته شده است)؛ حال زندانی‌ها قبل از به صف شدن و بر سر کردن کلاه می‌توانند با هم قراردایی بگذارند؛ فرض کنید همه به فکر این هستند که کم‌ترین کشته را در مجموع بدهند (یعنی مرگ خودشان مهم نیست) شما بگویید اگر زندانیها با هم قبل از مراسم بهترین قرار را بگذارند؛ حداکثر چند نفر خواهند مرد؟ (دقت کنید صدای هم را می‌شنوند؛ یعنی جواب قبلی‌ها را می‌دانند)

(۵) ۲۰۱۱ نفر

(۴) ۱۰۰۶ نفر

(۳) ۱۰۰۵ نفر

(۲) ۲ نفر

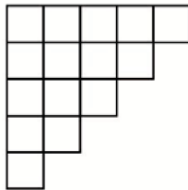
(۱) ۱ نفر

۱۰- در شکل مقابل، تمام مستطیل‌های متمایز را در نظر بگیرید، مجموع مساحت‌های این مستطیل‌ها، چند است؟

(۳) ۱۰۰

(۲) ۱۳۰

(۱) ۲۰۰



(۵) ۳۱۹

(۴) ۲۰۹

المپیاد کامپیوتر سال دوم و سوم

۱۱- در یک سرقت، ۷ نفر مظنون دستگیر شده‌اند، می‌دانیم که مردم محلی (کسانی که سارق نبودند) هیچ وقت اشتباه نمی‌کنند و دروغ نمی‌گویند، در تحقیق اداره‌ی پلیس، جواب‌های زیر از مظنونین بدست آمده است:

نفر اول، نفرات دوم، سوم و ششم را در حین سرقت دیده است.

نفر دوم، نفر پنجم را در حین ارتکاب جرم دیده است.

نفر سوم، نفرات پنجم، ششم و هفتم را در حین سرقت دیده است.

نفر چهارم، نفرات سوم و پنجم را در حین سرقت دیده است.

نفر پنجم، نفرات اول، دوم، چهارم و هفتم را در حین سرقت دیده است.

نفر ششم، نفرات اول و سوم را در حین سرقت دیده است.

نفر هفتم، نفرات سوم، چهارم و پنجم را در حین سرقت دیده است.

در کل، حداقل چند دزد حتماً خواهیم داشت؟

- (۱) ۲ دزد (۲) ۳ دزد (۳) ۴ دزد (۴) ۵ دزد (۵) ۶ دزد

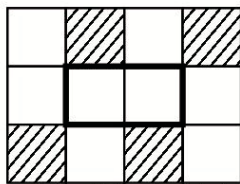
۱۲- یک رشته‌ی ۱۰۰ حرفی داریم که از ارقام ۰ و ۱ تشکیل شده است، بین هر ۳۰ رقم متوالی، دقیقاً ۵ رقم ۰ وجود دارد، این رشته چند حالت دارد؟

- (۱) $\binom{100}{5} \times 30 \times 270$ (۲) $\binom{30}{5} \times 270$ (۳) 5×270 (۴) $\binom{30}{5}$ (۵) 2^{100}

۱۳- علی کوچولو یک جدول 1560×1600 دارد. او یک خط مستقیم از پایین چپ جدول به گوشه‌ی بالا راست آن کشیده و با شروع از گوشه‌ی پایین چپ به ترتیب خانه‌هایی که خط از آن رد شده را رنگ می‌کند. ۱۵۵۰ امین خانه‌ای که او رنگ می‌کند در چه مختصاتی قرار دارد؟

- (۱) (۸۲۰, ۷۸۰) (۲) (۸۰۰, ۷۸۰) (۳) (۷۹۵, ۷۷۵) (۴) (۷۹۵, ۷۷۶) (۵) (۷۹۶, ۷۷۵)

۱۴- در یک جنگل که به شکل یک جدول 10×10 است، ۲۰۱۲ درخت وجود دارد یعنی ۲۰۱۲ خانه مسدود شده. حال می‌خواهیم یک پیست اتوموبیل رانی در این جنگل درست کنیم. یک پیست اتوموبیل رانی مستطیلی است که در درونش درختی وجود ندارد. (به شکل نگاه کنید) و البته ما می‌خواهیم محیط این مستطیل بیشینه شود. در بدترین حالت بیشترین محیطی که می‌توان بدست آورد چقدر است؟



نمونه ای از پیست اتوموبیل رانی

- (۱) ۲۰۲۴ (۲) ۲۰۱۲ (۳) ۲۰۲۶ (۴) ۲۰۱۰ (۵) ۲۰۲۰

۱۵- در کشوری ۱۳ شهر وجود دارد که m تا از آن‌ها با جاده یک طرفه به هم وصل شده‌اند. m حداقل چقدر باشد تا بتوانیم شهری را به پایتختی برگزینیم. یک شهر می‌تواند پایتخت باشد به شرطی که به تمام شهرها راهی با حداکثر ۲ جاده داشته باشد و از تمام شهرهای دیگر هم راهی با حداکثر دو جاده به پایتخت باشد. (بین دو شهر یکسان نمی‌تواند دو جاده متفاوت وجود داشته باشد حتی در جهت عکس)

- (۱) ۱۵۵ (۲) ۷۷ (۳) ۱۵۶ (۴) ۱۲ (۵) ۷۸

۱۶- قورباغه در حال پرش بر روی محور اعداد است. او فقط به سمت جلو حرکت می‌کند و از نقطه صفر کار خود را شروع کرده است و در ۱۰۱ به پایان می‌رساند. او می‌تواند هر تعداد خانه به سمت جلو بپرد. قورباغه‌ها یک عقیده‌ی مسخره دارند و آن این‌که روی اعداد مضرب ۲، ۳ و ۵ نمی‌پرند. حساب کنید او به چند طریق می‌تواند به ۱۰۱ برسد؟

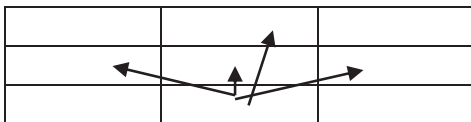
- (۱) 26×25 (۲) 2^5 (۳) 2^{26} (۴) $\frac{26 \times 25}{2}$ (۵) ۲۶

۱۷- در هر خانه از یک جدول 5×5 یکی از اعداد ۱ تا ۵ نوشته شده است طوری که در هر ردیف تمام عددها باهم متفاوت باشد و جدول نسبت به قطر اصلی خود متقارن باشد. کدامیک از نمایشهای زیر می‌تواند نمایش اعداد قطر اصلی از بالا به پایین باشد؟

- (۱) ۴ و ۳ و ۵ و ۲ و ۱ (۲) ۱ و ۱ و ۱ و ۱ و ۱ (۳) ۲ و ۱ و ۲ و ۱ و ۲ (۴) ۱ و ۲ و ۱ و ۲ و ۱ (۵) ۱ و ۳ و ۱ و ۳ و ۱

المپیاد کامپیوتر سال دوم و سوم

۱۸- در بازی شطرنج مهره ی سرباز فقط رو به بالا حرکت می کند اما اگر مهره ای در سمت مایل رو به بالا مقابلش باشد می تواند آن را بزند و به جای آن قرار بگیرد ضمن اینکه حرکت اول را می تواند به دلخواه دو حرکت رو به بالا یا یک حرکت رو به بالا داشته باشد.



به چند طریق در صفحه ی شطرنج زیر ممکن است سرباز از خانه ی A به خانه ی B برسد و تبدیل به وزیر شود؟

		B					
		A					

۷۸ (۵)

۶۹ (۴)

۶۸ (۳)

۳۲ (۲)

۶۴ (۱)

۱۹- دور دایره ای ۹ علامت + و ۸ علامت - قرار دارد تعداد زوج علامتهای + کنار هم ۶ تا است (این ۶ زوج ممکن است با هم مشترکاتی داشته باشند تعداد زوج علامتهای - + یا + - کنار هم چقدر می تواند باشد؟

۹ یا ۷ (۵)

۶ (۴)

۷ یا ۵ (۳)

۴ (۲)

۴ یا ۳ (۱)

۲۰- محل خالی در جدول زیر چه عددی می تواند باشد ؟

۲	۳	۴	۱۵	۱۲
۳	۴	۵	۲۸	۲۰
۴	۵	۶	۴۵	۳۰
۵	۶	۷	۶۶	۴۲
۶	۷	۸	?	۵۶

۶۴ (۵)

۹۱ (۴)

۸۱ (۳)

۶۳ (۲)

۷۷ (۱)

۲۱- در یک شهر بازی ۷ دیسک به صورت شکل زیر به طنابی بسته شده اند. با اولین شلیک طناب به دو طناب (نه لزوماً مساوی) تبدیل می شود بعد از آن شلیک کننده فقط مجاز به شلیک به طرف پایین ترین دیسک هر طناب می باشد. به چند طریق یک شلیک کننده ممکن است تمام دیسک ها را هدف قرار دهد ؟



۳۲ (۵)

۶۴ (۴)

۲۰ (۳)

۲۱ (۲)

۳۵ (۱)

۲۲- در بسط کامل چند جمله ای $(x + y + z)^6$ چند جمله وجود دارد ؟

۶۴ (۵)

۳۵ (۴)

۲۸ (۳)

۱۵ (۲)

۲۱ (۱)

المپیاد کامپیوتر سال دوم و سوم

۲۳- یک جدول 7×3 را به چند طریق می توان با کاشی های 1×3 فرش کرد؟

۶ (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰ (۵)

۲۴- یک دایره و یک مثلث دو خط موازی و ۲ خط دیگر صفحه را حداکثر به چند ناحیه تقسیم خواهند کرد؟

۲۷ (۱) ۲۸ (۲) ۳۰ (۳) ۳۲ (۴) ۴۵ (۵)

۲۵- جدول زیر با عددهای صحیح پر شده است در هر گام می توان هریک از عددهای یک سطر یا یک ستون را یک واحد اضافه کرد عدد X چند باشد تا بتوان به جدولی رسید که تمام عددهای آن با هم مساوی باشد ؟

۰	X	۵
۸	۳	۲
۶	۴	۸

۱ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۸ (۵)

۲۶- داخل یک مربع 10×10 نقطه ی دلخواه در نظر گرفته ایم و سپس توسط این نقاط و رئوس مربع ، مربع را به مثلثهایی افراز کرده ایم طوری که هر ده نقطه در این مثلث بندی استفاده شوند. در شکل حاصل چند مثلث وجود خواهد داشت ؟

۱۷ (۱) ۱۸ (۲) ۲۲ (۳) ۲۳ (۴) ۲۴ (۵)

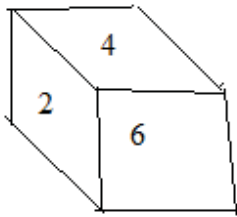
۲۷- یک مکعب $6 \times 6 \times 6$ داریم که از ۲۱۶ مکعب به ضلع واحد تشکیل شده است. سطح خارجی مکعب را رنگ آمیزی می کنیم. چند مکعب واحد خواهیم داشت که حداقل یک وجه رنگ شده داشته باشند؟

۹۱ (۱) ۱۵۲ (۲) ۱۴۴ (۳) ۱۳۲ (۴) ۱۲۱ (۵)

۲۸- در جنگهای میان سرخ پوستان و سفید پوستان در قاره ی آمریکا ۶۶ نفر از سفید پوستان توسط سرخ پوستان آپاچی دستگیر شده اند و دور یک حلقه قرار گرفته اند. افراد دور حلقه از نفر اول یکی درمیان کشته می شوند (یعنی نفر اول و سوم و) و این کار بصورت گردشی ادامه پیدا می کند تا تنها یک نفر باقی بماند و نفر آخر برای نشان دادن حس انسان دوستی آزاد می شود. به این ترتیب نفر چندم آزاد خواهد شد؟

- (۱) نفر دوم (۲) نفر چهارم (۳) نفر ۳۲ (۴) نفر ۶۴ (۵) نفر ۶۶

۲۹- روی یک تاس به صورت زیر عددهایی نوشته شده است در وجوه روبروی ۶ و ۲ و ۴ به ترتیب ۱ و ۵ و ۳ نوشته شده است.



تاس را بر روی شکل زیر قرار می دهیم و با قل دادن آن سعی می کنیم با کوتاهترین مسیر از خانه ی A به خانه ی B برسیم.

			B
A			

هر وجهی از تاس که روی یک خانه قرار می گیرد عدد آن را در همان خانه می نویسیم. به این ترتیب حداکثر مجموع عددهایی که روی خانه های این جدول نوشته می شود چند خواهد بود؟

- (۱) ۳۱ (۲) ۳۰ (۳) ۲۹ (۴) ۲۸ (۵) ۲۷

۳۰- یک روز صبح برخی دانش آموزان یک کلاس باهم شروع به دست دادن می کنند هر دو نفر ممکن است حداکثر یک بار با هم دست بدهند و سپس هر کس تعداد دفعات دست دادن خود را روی تخته می نویسد کدامیک از دنباله های زیر می تواند اعداد نوشته شده روی تخته باشد؟

- (۱) ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ (۲) ۰ و ۳ و ۴ و ۶ و ۶ و ۶ (۳) ۲ و ۲ و ۳ و ۳ و ۵ و ۵ و ۵
 (۴) ۰ و ۱ و ۴ و ۴ و ۵ و ۵ (۵) ۲ و ۲ و ۳ و ۳ و ۵ و ۵