



آزمون مدارک برتر ایران



به ابتکار دبیرستان انرژی اتمی ایران



۱

آزمون

المپیاد

۲۹ مهر ۱۳۹۰

فجوم

۱- گزینه ۱ صحیح است.

$$W_{\odot} = W_2 - W_1 : \text{سرعت ظاهری خورشید}$$

دوره وضعی یا انتقالی T : و سرعت انتقالی زهره W_1 و سرعت وضعی زهره W_2 :

$$W_{\odot} = \frac{2\pi}{T} - \frac{2\pi}{T} = 0 \text{ اگر سیاره زهره، سیاره‌ای با چرخش پادساعتگرد بود و خورشید در آسمان حرکتی نداشت، ولی حرکت وضعی زهره معکوس است:}$$

$$W_{\odot} = 2(W) = 2\left(\frac{2\pi}{T}\right) \text{ و } T_{\odot} = \text{دوره حرکت ظاهری خورشیدی}$$

$$\frac{2\pi}{T_{\odot}} = 2\left(\frac{2\pi}{T}\right) \rightarrow T_{\odot} = \frac{T}{2} \text{ و } T = \text{یک سال زهره} = \text{دوره انتقالی}$$

۲- گزینه ۲ صحیح است.

$$mg - N = m \frac{v^2}{R} \xrightarrow{N=0} mg = m \frac{v^2}{R} \text{ در بالای تپه}$$

$$mg - N = -m \frac{v^2}{R} \rightarrow N = mg + m \frac{v^2}{R} = 2mg \text{ در پایین دره}$$

۳- گزینه ۳ صحیح است.

روند پیشنهاد وجود کمربند سیارک‌ها از سال ۱۸۰۱ با مشاهده اولین سیارک به نام *Ceres* (که امروزه به علت بزرگترین سیارک بودن در این کمربند در زمره سیارات کوتوله قرار گرفته است) توسط جوسپ پیازی آغاز شد. شکاف کِرکوود نیز در همان قرن بعد از پی بردن به شکاف‌های خالی در میان کمربند سیارک‌ها پیشنهاد شد که به علت رزونانس مداری ایجاد می‌گردد.

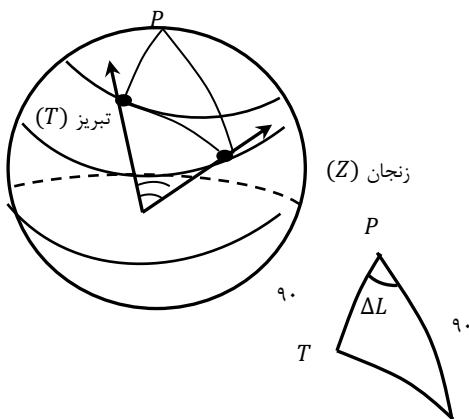
ابر اورت نیز با مشاهدات دنباله‌داری و محاسبات اوج مداری مشابه بسیاری از آن‌ها، به میزان $5 \times 10^4 \text{ AU}$ در نیمه قرن گذشته پیشنهاد شد و تنها بعد از چندین سال جرارد کوئپپر به وجود کمربند جدیدی در ورای مدار نپتون نیز می‌پرد.

۴- گزینه ۱ صحیح است.

سیارات خارجی مانند ماه قمر زمین، از آنجایی که در آسمان زمین تنها یک بار در مقارنه با خورشید و یک بار در مقابله با آن قرار می‌گیرند، نمودار تغییرات قدرشان در هر دوره هلالی تنها دارای یک کمینه یا پرنورترین حالت (در حالت مقابله هستند. اما سیارات داخلی به علت شرایط قرار گیری مدارشان در دو سمت خورشید، دو بار به کمینه می‌رسند که دقیقاً در بیش‌ترین کشیدگی‌ها نیز نخواهد بود.

۵- گزینه ۱ صحیح است.

امتداد سمت الرأس هر شهر به مرکز زمین می‌رسد، پس زاویه‌ی بین دو سمت رأس همان زاویه‌ی بین دو امتداد آن‌هاست که به مرکز زمین می‌رسد، این زاویه برابر کمان دایره عظیمه‌ای است که دو شهر را به هم وصل می‌کند پس کافی است مثلث PZT را حل کرده و کمان TZ را بیابیم.



$$\cos TZ = \cos(90 - \varphi_Z^Z) \cos(90 - \varphi_T) + \sin(90 - \varphi_Z) \sin(90 - \varphi_T) \cos \Delta L$$

آزمون ۱

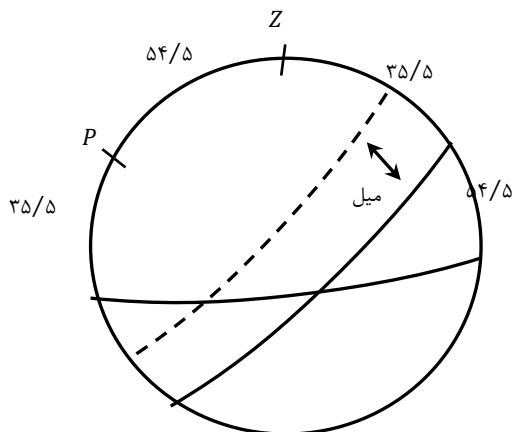
$$\Rightarrow \cos TZ = \sin \varphi_Z \sin \varphi_T + \cos \varphi_Z \cos \varphi_T \cos \Delta L$$

$$\Rightarrow \cos TZ = \sin(۳۶/۶) \sin(۳۸) + \cos(۳۶/۶) \cos(۳۸) \cos(۴۸/۵ - ۴۶/۳)$$

$$\Rightarrow TZ = ۲/۲۶ \text{ درجه}$$

۶- گزینه ۳ صحیح است.

می‌دانیم بیش‌ترین ارتفاع یک ستاره در لحظه‌ی عبور آن از نصف النهار ناظر روی می‌دهد پس در این‌جا $۹۰ - \varphi + \delta$ برابر بیش‌ترین ارتفاع ستاره یعنی ۸۰° است پس داریم:



$$۹۰ - \varphi + \delta = ۸۰ \Rightarrow ۹۰ - ۳۵/۵ + \delta = ۸۰ \Rightarrow \delta = ۲۵/۵ \text{ درجه}$$

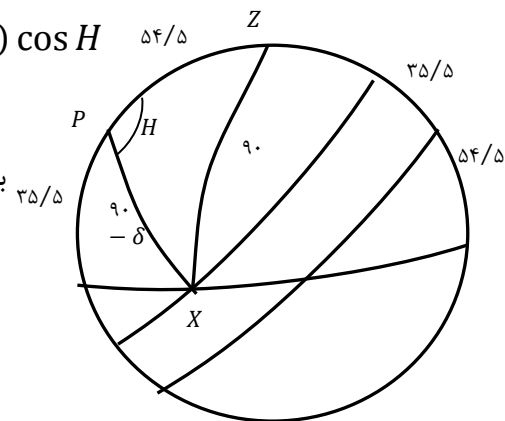
از طرفی می‌دانیم $ST = H + \alpha$ پس برای یافتن بعد ستاره کافی است زاویه‌ی ساعتی لحظه‌ی غروب را بیابیم و از روی آن و ST ، بعد به دست می‌آید. در مثلث کروی PZX با نوشتن رابطه‌ی کسینوس‌ها زاویه‌ی H بدست می‌آید:

$$\cos ۹۰ = \cos ۵۴/۵ \cos(۹۰ - ۲۵/۵) + \sin(۵۴/۵) \sin(۹۰ - ۲۵/۵) \cos H$$

$$\Rightarrow \cos H = -\tan ۳۵/۵ \tan ۲۵/۵ \Rightarrow H = ۱۰۹/۹ \text{ درجه}$$

$$\frac{۲۴^h}{?} = \frac{۳۶^\circ}{H} \Rightarrow \text{ساعت} = ۷^h ۱۹^m ۳۶^s \text{ با نوشتن تناسب و } H \text{ به ساعت داریم:}$$

$$ST = ۱۸^h ۲۴^m = ۷^h ۱۹^m ۳۶^s + \alpha \Rightarrow \alpha = ۱۱^h ۴^m ۲۴^s$$



۷- گزینه ۴ صحیح است.

m_e = شعاع زمین و R_e = جرم زمین

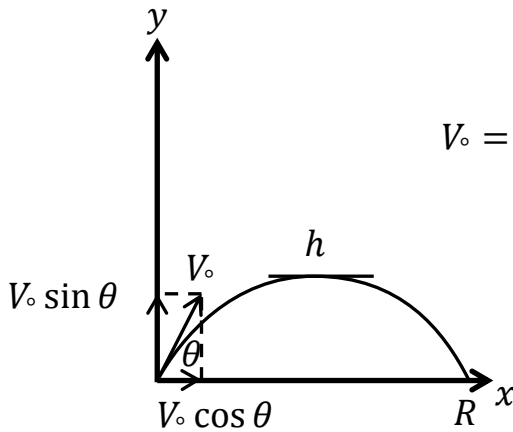
$$E_\infty = ۰$$

$$E_{\text{سطح زمین}} = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{G m m_e}{R_e} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2 G m_e}{R_e}} = 1/12 \times 10^4 \frac{m}{s}$$

۸- گزینه ۳ صحیح است.

$V_0 = 20 \frac{m}{s}$ و $\theta = 30^\circ$ و h = بیشترین ارتفاع و R = دورترین فاصله

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g} \quad \text{و} \quad R = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g}$$



همانطور که در روابط مشخص است هم R و هم h با g نسبت عکس دارند :
با توجه به شکل :

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{g_2}{g_1} = 6$$

۹- گزینه ۴ صحیح است.

در حال حاضر خورشید به علت حرکت تقدیمی زمین به جای آن که در میانه صورت فلکی میزان باشد، در میانه صورت فلکی سنبله و نزدیک ستاره سماک اعزل است. بنابراین اگر در زمان امتحان این پدیده اتفاق بیافتد، به احتمال قوی ستارگان پرنورتر عیوق و شباهنگ که در آسمان زمستان هستند و در بامداد هر روز در میانه آسمان قرار گرفته‌اند باز هم مشاهده می‌گردند. قلب الاسد نیز در سمت غرب سنبله قرار دارد و قابل مشاهده است؛ اما فم الحوت تقریباً در سمت مخالف مکان فعلی خورشید قرار گرفته است.

۱۰- گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به تصویر زیر همان بخش دور قطبی در سمت مخالف غیر قابل مشاهده خواهد بود و باید بسیار توجه نمایید که قرار است در این مسئله و جواب دادن به آن، کره سماوی به ۳ قسمت مساوی تقسیم گردد.

$$\text{المان سطح روی کره} = r^2 \sin \theta d\theta d\phi$$

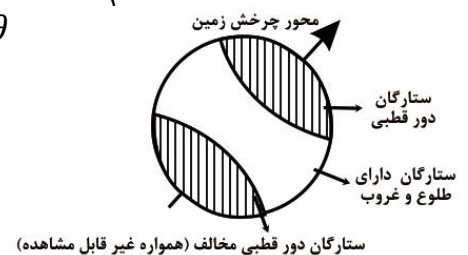
$$\rightarrow \int_0^{2\pi} \int_0^x \sin \theta d\theta d\phi + \int_0^{2\pi} \int_x^{\pi-x} \sin \theta d\theta d\phi + \int_0^{2\pi} \int_{\pi-x}^{\pi} \sin \theta d\theta d\phi = 4\pi r^2$$

$$\rightarrow 3 \int_0^{2\pi} \int_0^x \sin \theta d\theta d\phi = 4\pi r^2 \rightarrow \int_0^{2\pi} \int_0^x \sin \theta d\theta = \frac{4}{3}\pi r^2$$

$$2\pi r^2 \sin \theta d\theta = \frac{4}{3}\pi r^2 \rightarrow \int_0^x \sin \theta d\theta = \frac{2}{3}$$

$$\rightarrow -\cos \theta \Big|_0^x = -\cos x - (-\cos 0) = -\cos x + 1 = \frac{2}{3}$$

$$\rightarrow -\cos x = \frac{1}{3} \rightarrow x = 70.5^\circ$$



و از آنجا که زاویه θ از راستای شمال اندازه‌گذاری می‌گردد و زاویه عرض جغرافیایی نیز در هر محل با ارتفاع ستاره قطبی در آسمان آنجا از افق شمال یکسان است، در نتیجه زاویه x همان عرض جغرافیایی مورد نظر است.

۱۱- گزینه ۴ صحیح است.

$$GMT = ۱۰h۳۰m - ۸h = ۲h۳۰m$$

$$GST = ۲h۳۰m + ۸h۴۵m = ۱۱h۱۵m$$

می‌دانیم که می‌توان نوشت :

$$GST = LST \pm L \Rightarrow LST = ۱۱h۱۵m + \frac{۱۲۶}{۱۵} = ۱۹h۳۹m$$

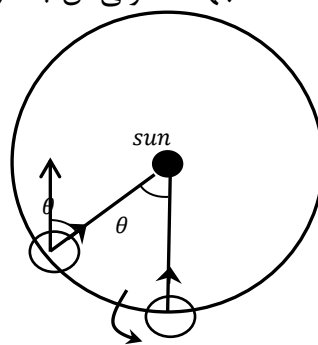
شرقی و غربی

$$LST = H + \alpha \Rightarrow H = ۱۹h۳۹m - ۱۸h۳۶m۵۲s \Rightarrow H = ۱h۲m۸s$$

۱۲- گزینه ۳ صحیح است.

روز خورشیدی متوسط مدت زمانی است که برای ناظر زمینی، خورشید به محل اولیه‌اش بازگردد. مثلاً اگر هم اکنون خورشید در حال عبور است، پس از گذشت یک روز خورشیدی متوسط، خورشید را دوباره در حال عبور خواهیم دید. وقتی زمین در خلاف جهت کنونی‌اش به دور خود بچرخد، θ درجه قبل از یک دور کامل خورشید را بالای سر خود می‌بیند.

$$\frac{۳۶۰ \text{ درجه}}{\theta} = \frac{۳۶۵/۲۵ \text{ روز}}{۱} \Rightarrow \theta = ۰/۹۸۵ \text{ درجه}$$



حال می‌دانیم که دوره تناوب زمین به دور خودش $۲۳h۵۶m۴s$ زمین است پس می‌توان به راحتی بدست آورد که این θ را چند دقیقه طی می‌کند:

$$\frac{۳۶۰^\circ}{۰/۹۸۵} = \frac{۲۳h۵۶m۴s}{x} \Rightarrow x = ۳m ۵۵/۷۵s$$

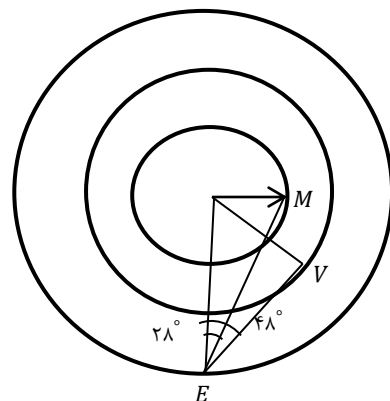
$$۲۳h۵۶m۴s - ۳m ۵۵/۷۵s = ۲۳h۵۱m۴۹s$$

۱۳- گزینه ۲ صحیح است.

شعاع مداری زمین = r_e و شعاع مداری زهره = r_v و شعاع مداری عطارد = r_m

$$\sin ۲۸^\circ = \frac{r_m}{r_e} \quad \text{و} \quad \sin ۴۸^\circ = \frac{r_v}{r_e}$$

$$\rightarrow \frac{r_m}{r_v} = \frac{r_e \sin ۲۸^\circ}{r_e \sin ۴۸^\circ} = ۰/۶۳$$



۱۴- گزینه ۱ صحیح است.

چون طول میله کوتاه و بدون جرم است، دو قطعه تقریباً در یک مدار دایره‌ای در حال دوران هستند و هیچ کشش در میله نیست، لذا با قطع میله اتفاقی رخ نمی‌دهد.

۱۵- گزینه ۲ صحیح است.

با فرض مقدار سرعت ۷۰ کیلومتر بر ثانیه در هر مگاپارسک برای انبساط کنونی کیهان، این کهکشانشان هم اکنون با سرعت:

$$\frac{۵۴ \times ۱۰^۶}{۳/۲۶ \times ۱۰^۶} \times ۷۰ = ۱۱۶۰ \frac{km}{sec}$$

در حال دور شدن از ماست برای افزایش فاصله ۶ میلیون سال نوری دیگر - در صورتی که جهان تخت باشد یعنی سرعت دور شدن کهکشانشانها از یکدیگر ثابت بماند - باید مدت زمان زیر بگذرد.

$$\frac{۶ \times ۱۰^۶ \times ۹/۴۶ \times ۱۰^{۱۵}}{۱/۱۶ \times ۱۰^۶} = ۴/۹ \times ۱۰^{۱۶} sec \equiv ۱/۵۵ \times ۱۰^۹ \text{ سال}$$

اما در شرایط جهان باز شونده سرعت دور شدن اجرام از یکدیگر بالاتر رفته و انبساط کیهان شدت می گیرد. در نتیجه مدت زمان کمتری نیاز خواهد بود.

۱۶- گزینه ۱ صحیح است.

رابطه طول موج پرتوها در گذارهای مختلف اینگونه است :

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

که در آن پارامتر R ثابت ریذبرگ است و البته نیازی به دانستن آن نداریم . همچنین برای انرژی یونش می توان نوشت :

$$E = \frac{hc}{\lambda} = hcR \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \equiv A \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{\infty} \right) \equiv A \cong ۲۴ev$$

بنابراین برای گذار از تراز ۲ به تراز ۳ نیز باید از همان ضریب ثابت A استفاده کرد و در نتیجه :

$$E_{2 \rightarrow 3} = A \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = A \left(\frac{5}{36} \right) \rightarrow E_{2 \rightarrow 3} = \frac{5}{36} \times ۲۴ \times ۱/۶۰.۲۲ \times ۱۰^{-۱۹} = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\rightarrow \lambda = \frac{۶/۶۲۶ \times ۱۰^{-۳۴} \times ۳ \times ۱۰^۸}{\frac{5}{36} \times ۲۴ \times ۱/۶۰.۲۲ \times ۱۰^{-۱۹}} = ۳۷۲ \text{ نانومتر}$$

۱۷- گزینه ۲ صحیح است. (حذف)

زمانی اذان ظهر دقیقاً رأس ساعت ۱۲ است که تعدیل زمان صفر باشد که این اتفاق دو بار در سال می افتد.

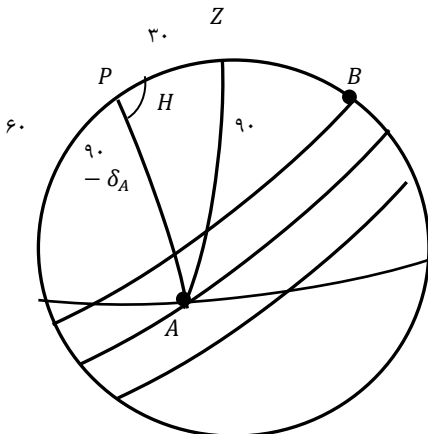
۱۸- گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا باید اختلاف زاویه ساعتی دو ستاره را بدست آوریم می دانیم که اختلاف زاویه ساعتی برای دو ستاره همواره ثابت

$$H_1 + \alpha_1 = H_2 + \alpha_2 \iff (H_1 - H_2 = \alpha_2 - \alpha_1) \text{ ثابت}$$

زاویه ساعتی B چون در حال عبور است برابر صفر است پس اختلاف H برابر همان زاویه ساعتی ستاره A است پس

داریم :



آزمون ۱

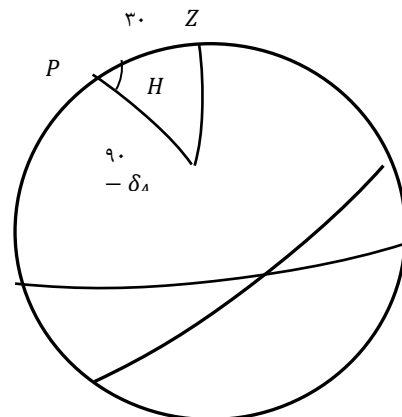
$$\cos H = -\tan \varphi \tan \delta = -\tan 60^\circ \tan 20^\circ \Rightarrow H = 129/0.8 \text{ درجه}$$

حال ستاره‌ی A به قائم مبدا غربی (سمت 90° غربی) رفته و ستاره‌ی B هم پشت کره در سمت‌های شرقی قرار دارد. کافی است برای یافتن ارتفاع B ابتدا زاویه ساعتی آن را در این حالت بدست آوریم. برای این کار ابتدا زاویه ساعتی ستاره‌ی A در قائم مبدا را پیدا می‌کنیم و چون ΔH برای A و B یکسان است از روی آن زاویه ساعتی B بدست می‌آید:

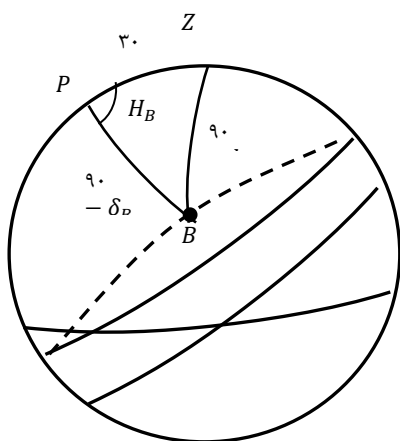
$$\text{رابطه ۴ جزئی: } \cos H_A \cos 30^\circ = \sin 30^\circ \tan \delta_A - \sin H_A \cot 90^\circ$$

$$\Rightarrow \cos H_A = \tan 30^\circ \tan 20^\circ \Rightarrow H_A = 77/87 \text{ درجه}$$

$$\Rightarrow H_B = H - H_A = 51/2 \text{ درجه}$$



حال برای ستاره‌ی B مثلث k روی را حل کرده تا ارتفاع آن بدست آید.



$$PBZ \text{ در کسینوس‌ها در } \Rightarrow \cos(90^\circ - h) = \cos(90^\circ - \varphi) \cos(90^\circ - \delta_B) + \sin(90^\circ - \varphi) \sin(90^\circ - \delta_B) \cos H_B$$

$$\Rightarrow \sin h = \sin 60^\circ \sin 25^\circ + \cos 60^\circ \cos 25^\circ \cos 51/2^\circ \Rightarrow h = 40/53 \text{ درجه}$$

۱۹- گزینه ۴ صحیح است.

در حرکت دایره‌ای :

$$R_m = \text{شعاع مریخ} = 3393 \text{ km}$$

$$T_m = \text{دوره وضعی مریخ} = 24/623 \text{ h}$$

$$m_m = \text{جرم مریخ} = 6/421 \times 10^{23} \text{ kg}$$

$$r = 938 \cdot \text{km}$$

$$\Delta w = \frac{360^\circ}{T} - \frac{360^\circ}{T_m} = 8/99 \times 10^{-3} \frac{\text{deg}}{\text{sec}}$$

$$t = \frac{\theta}{w} = \frac{180^\circ}{8/99 \times 10^{-3}} = 20019 \text{ sec}$$

$$\frac{Gmm_m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} = mr \frac{4\pi^2}{T^2}$$

$$\rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{G_m m_m} \rightarrow T = 27581 \text{ sec}$$

۲۰- گزینه ۳ صحیح است.

ما برای حرکت به زمین نیرو وارد می کنیم و نیروی سطح زمین به ما باعث حرکت ما می شود. نیرویی که برای به حرکت درآوردن 7×10^9 انسان نیاز است به زمین وارد می شود. نیروها و زمان اثر نیروها یکی است: (قانون سوم نیوتون)

$$F_{\text{وارد به زمین}} = F_{\text{وارد بر مردم}} \rightarrow m \frac{\Delta v}{\Delta t} = m' \frac{\Delta v'}{\Delta t}$$

$$\frac{m}{m'}$$

با فرض هر انسان $100 \text{ kg} : 7 \times 10^{11} \text{ kg} = 7 \times 10^9 \times 100$

جرم زمین $m' = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$ و $\frac{v}{v'}$

$$v = 10 \frac{m}{s} \rightarrow v' = 10 \times \frac{7 \times 10^{11}}{6 \times 10^{24}} = 1/17 \times 10^{-12} \frac{m}{s}$$

تغییر سرعت زمین $v' = 1/17 \times 10^{-12} \frac{m}{s}$ که تقریباً صفر است، یعنی تغییری در دوره زمین پدید نمی آید. دقت کنید که سرعت فعلی زمین روی استوا حدود $465 \frac{m}{s}$ است. این مسأله راه حل دقیق تری هم دارد که در سرفصل های این آزمون نمی گنجد ولی پاسخ یکسان است.

۲۱- گزینه ۲ صحیح است.

اگر ستاره دوتایی دارای مؤلفه ای بسیار سنگین باشد خطوط آن تقریباً ثابت باقی خواهد ماند؛ اما در اینجا خطوط انتقال یافته در دو سمت، کاملاً مشابه انتقال پیدا نکرده اند. در نتیجه ستارگان این دوتایی تقریباً با جرم های مشابه بوده و در بستری از ابر غبار (خط های جذبی ثابت) جای گرفته اند. ستارگان با میدان مغناطیسی قوی نیز به علت اثر زیمنان، خطوطی دوگانه و جدا شده از یکدیگر دارند.

۲۲- گزینه ۳ صحیح است.

$$\rightarrow l_{tot} = n l_s$$

$$m_s = -2/5 l_s - 19$$

اما از راه حل تستی دیگر نیازی به مقدار ۱۹ نداریم.

$$\rightarrow m_s \equiv -2/5 \log l_s \rightarrow l_s = 10^{-0.4 m_s}$$

$$m \equiv -2/5 \log l_{tot} \rightarrow l_{tot} = n l_s = n \times 10^{-0.4 m_s} = 10^{-0.4 m}$$

$$\rightarrow n = \frac{10^{-0.4 m}}{10^{-0.4 m_s}} = 10^{-0.4(-7)} = 10^{-0.4(m-m_s)} = 10^{-0.4(-7)} = 10^{2.8} = 630 \text{ ستاره}$$

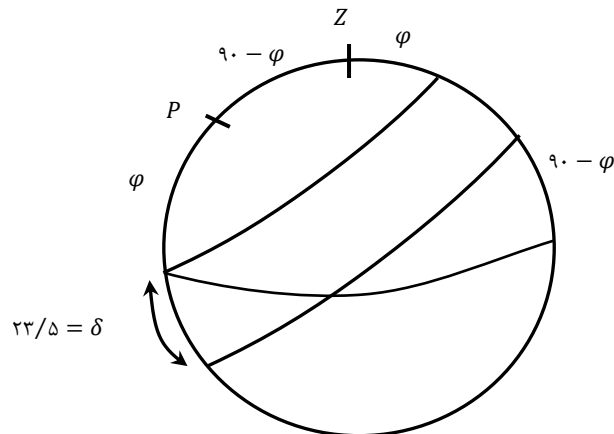
۲۳- گزینه ۴ صحیح است.

خورشید نیمه شب یعنی خورشید در طول شب هم بالای افق باشد در واقع خورشید در آن جا غروب نمی کند نقطه در انقلاب تابستانی خورشید به میل $23/5^\circ$ می رسد و در محلی به عرض $66/5^\circ$ غروب نمی کند و خورشید نیمه شب داریم.

شرط خورشید نیمه شب : $\delta > 90 - \varphi$

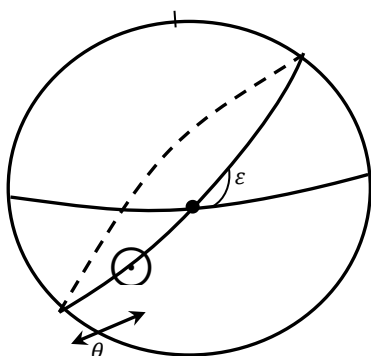
آزمون ۱

$$\Rightarrow \varphi > 90 - \delta \Rightarrow \varphi_{min} = 90 - 23/5 = 66/5^\circ$$



۲۴- گزینه ۳ صحیح است.

طول سماوی زمین و خورشید به اندازه‌ی 180° با هم تفاوت دارد پس وقتی طول سماوی نقطه‌ی حضيض مدار زمین از دید خورشید $102/5^\circ$ است پس طول سماوی و حضيض مدار نسبی خورشید به دور زمین برابر $180 + 102/5 = 282/5^\circ$ می‌باشد پس وقتی طول سماوی خورشید به $282/5^\circ$ رسید، زمین در حضيض مدار خود قرار دارد.



در واقع در این زمان خورشید از انقلاب زمستانی گذشته به سمت اعتدال بهاری می‌رود پس داریم:

$$282/5 - 270 = \theta = 12/5^\circ$$

$$\frac{\text{روز } 89}{x} = \frac{\text{درجه } 90}{12/5} \Rightarrow \text{روز } 12/36$$

در نتیجه روز مورد نظر $12/36$ روز پس از روز انقلاب زمستانی یعنی ۱۲ دی ماه می‌باشد.

۲۵- گزینه ۱ صحیح است.

$$E = -\frac{Gmm_e}{2r} \text{ و } R_e \approx 6400 \text{ km و } m_e \approx 6 \times 10^{24} \text{ و } m = 100 \text{ kg}$$

$$E_i = -\frac{Gmm_e}{2(1600 + 6400) \times 10^3} = -2/50 \times 10^9 \text{ J}$$

$$E_f = -\frac{Gmm_e}{2 \times 6400 \times 10^3} = -3/13 \times 10^9$$

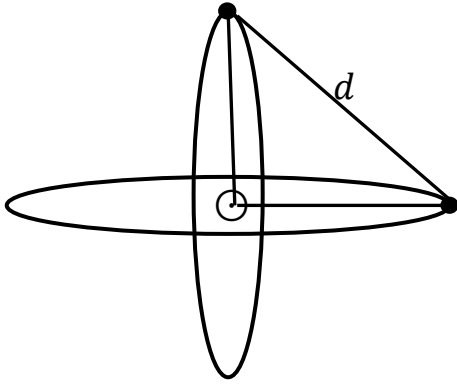
$$E_f - E_i = -6/3 \times 10^8 \text{ J}$$

$$\text{زمان} = \frac{-6/3 \times 10^8}{-100} = 6/3 \times 10^6 \text{ ساعت} = 262500 \text{ روز} \approx 719 \text{ سال}$$

۲۶- گزینه ۳ صحیح است.

زمانی که یکی از سیاره‌ها به فاصله 90° از نقطه گره باشد بیشترین فاصله را دارند.

$$d = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} AU$$



۲۷- گزینه ۲ صحیح است. (حذف)

برای دو ناظر در هنگام عبور، ستاره به ترتیب در ارتفاع 70° شمالی و 40° درجه جنوبی است. در نتیجه زوایای سمت الرأسی نیز به ترتیب 20° و 50° درجه هستند در داریم:

$$\begin{cases} m_1 = m_\odot + k_\lambda \sec 20^\circ \\ m_2 = m_\odot + k_\lambda \sec 50^\circ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 1/37 = m_\odot + 1/0.642 k_\lambda \\ 1/51 = m_\odot + 1/0.5557 k_\lambda \end{cases}$$

با حل این دستگاه مقدار پارامتر ضخامت اپتیکی اینگونه خواهد بود.

$$k_\lambda = \frac{1/51 - 1/37}{1/0.5557 - 1/0.642} = 0.28$$

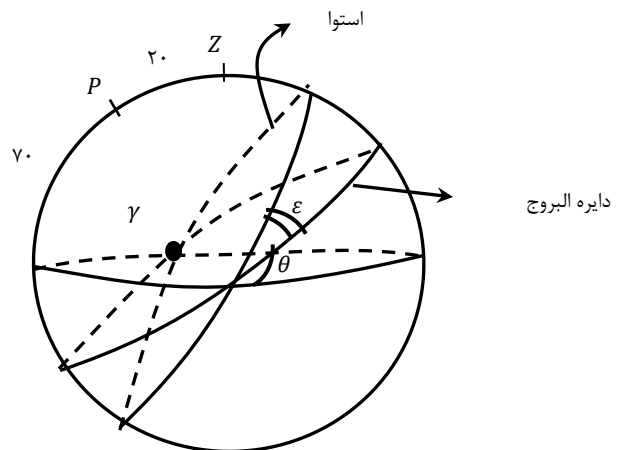
۲۸- گزینه ۳ صحیح است.

همانگونه که می‌دانید، بر روی نمودار هرتسپرونگ - راسل چگالی با اندازه ستاره - تابندگی با دمای مؤثر و بالاخره دمای مؤثر با قدرمطلق ستاره روند تغییر مخالف یا غیر مشخصی دارند و تنها گرانش سطحی است که به سمت پایین و چپ نمودار (کوتوهای سفید) به همراه کاهش اندازه ستارگان یکسو هستند.

۲۹- گزینه ۳ صحیح است.

می‌دانیم که وقتی از نقطه اعتدال بهاری در جهت ساعتگرد شروع به حرکت کنیم، صفحه‌ی دایره البروج به زیر استوای سماوری می‌رود پس داریم:

$$\theta = 90 - \varphi - \varepsilon = 90 - 70 - 23/5 = 3/5^\circ$$



۳۰- گزینه ۳ صحیح است.

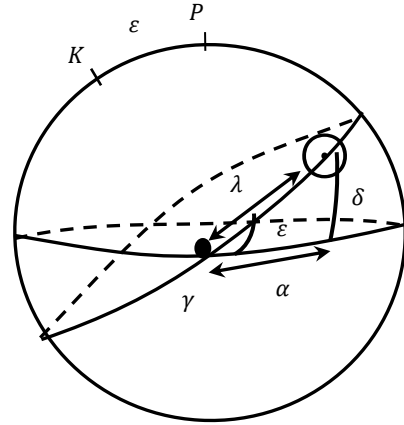
$$\frac{۹۳ \text{ روز}}{۱۸} = \frac{۹۰ \text{ درجه}}{\lambda} \Rightarrow \lambda = ۱۷/۴۲^\circ$$

$$\cos \varepsilon \cos \alpha = \sin \alpha \cot \lambda - \sin \varepsilon \cot \gamma$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \cos \varepsilon \tan \lambda$$

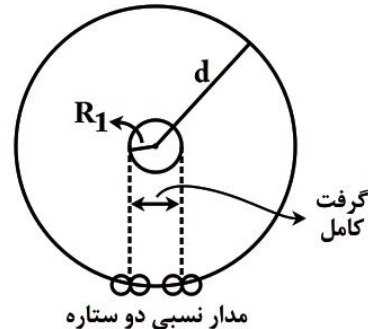
$$\Rightarrow \alpha = ۱۶/۰۵ \text{ درجه} \equiv ۱/۰۷^h \Rightarrow \Delta \alpha = ۱۹^h ۳۵^m ۴۷^s$$

با نوشتن چهار جزئی داریم:



۶۱- جواب ۰۱

شعاع ستاره کوچک R_2 شعاع ستاره بزرگ R_1
 دوره دوران T فاصله دو ستاره d :



با توجه به شکل :

با توجه به رابطه یک :

$$\frac{\text{مدت گرفت جزئی}}{T} = \frac{2R_2}{2\pi d} \quad (1)$$

$$\frac{\text{مدت گرفت کلی}}{T} = \frac{2R_1 - 2R_2}{2\pi d} \quad (2)$$

$$R_2 = \frac{\pi d \times t}{T} \approx 5/236 \times 10^{-3} A.U = 7/854 \times 10^8 m$$

t = مدت گرفت جزئی

که تقریباً برابر با شعاع خورشید است.
 در نتیجه تنها جواب ۱ مورد قبول بوده و لحاظ شده است.

۶۲- جواب ۱۴

$$\begin{cases} \text{سرعت مدار دایره‌ای} = \sqrt{\frac{GM}{r}} = V_c \\ \text{سرعت فرار} = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = V_e \end{cases} \Rightarrow V_e = \sqrt{2} V_c = 14142 \frac{m}{s} = 14/14 \frac{km}{s}$$

که تنها جواب ۱۴ مورد قبول بوده و لحاظ شده است.

۶۳- جواب ۰۲ یا ۰۳

در تداخل سنج مایکلسون رابطه زاویه پهنای ستاره با اندازه و فاصله ستاره اینگونه است :

$$\alpha(\text{rad}) = \frac{D}{d}$$

$$\rightarrow \alpha'' = (206265) \frac{D}{d} \rightarrow \alpha'' = \frac{206265 D}{(206265 \times 1AU) d(\text{pc})} = \frac{\pi'' D}{1/496 \times 10^{11}} \rightarrow D = 2R_s$$

$$= \frac{1/496 \times 10^{11} \alpha''}{\pi''}$$

$$\rightarrow R_s = \frac{1/496 \times 10^{11} \times 6/4 \times 10^{-4}}{2 \times 0/04} = 1/2 \times 10^9 m$$

$$m_s - M_s = +5 \log d(\text{pc}) - 5$$

$$= +5 \log \frac{1}{. / . 4} - 5 \rightarrow M_s = -5 \log 25 + 5 + 5/4 = +3/41$$

$$M_s - M_{\odot} = -2/5 \log \frac{L_s}{L_{\odot}} = 3/41 - 4/72 = -1/31$$

$$\rightarrow L_s = 3/86 \times 10^{26} \times 10^{-. / 4 (-1/31)} = 1/29 \times 10^{27} \text{ watt} = 4\pi R_s^2 \delta T_s^4$$

$$\rightarrow T_s = 5955 \text{ K}$$

$$T_s \lambda_{max} = 2/898 \times 10^{-3} \rightarrow \lambda_{max} = 487 \text{ nm}$$

$$E_{max} = \frac{hc}{\lambda_{max}} = \frac{6/626 \times 10^{-34}}{487 \times 10^{-9}} = 4/0.8 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_{max} (ev) = \frac{4/0.8 \times 10^{-19}}{1/6.22 \times 10^{-19}} = 2/55 \text{ ev} \cong 3 \text{ ev}$$

که هر دو جواب ۲ و ۳ الکترون ولت مورد قبول بوده و لحاظ شده‌اند.

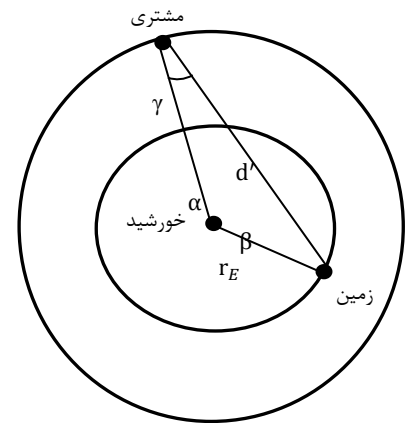
۶۴- جواب ۴۰ یا ۴۱

تابندگی دریافتی سیاره از خورشید و بازتاب شده :

$$L_J = \frac{L_{\odot}}{4\pi r_J^2} \pi R_J^2 A_J$$

$$M_J - M_{\odot} = -2/5 \log \frac{L_J}{L_{\odot}} = -2/5 \log \frac{R_J^2 A_J}{4r_J^2} = +22/44$$

$$\rightarrow M_J = 22/44 + 4/72 = +27/16$$



$$\text{در حالت مقارنه : } m_J - M_J = +5 \log d - 5 = +5 \log \frac{6/2}{2.6265} - 5 = -27/61 \rightarrow m_J = -. / 45$$

اما در حالت جدید باید قدر ظاهری مشتری $m_J - 0/1$ گردد در نتیجه باید فاصله جدید d' اینگونه باشد :

$$(m_J - 0/1) - M_J = +5 \log d' - 5 = m_J - M_J - 0/1 = +5 \log d - 0/1 - 5$$

$$\Rightarrow +5 \log d' = +5 \log d - 0/1 \rightarrow \log \frac{d'}{d} = -\frac{0/1}{5} \rightarrow d' = 0/955d = 5/92 \text{ AU}$$

حال با توجه به تصویر مقابل و روابط کسینوس‌ها برای این مثلث جدید میان خورشید - زمین و مشتری داریم:

$$r_J^2 = r_E^2 + d'^2 - 2r_E d' \cos \beta$$

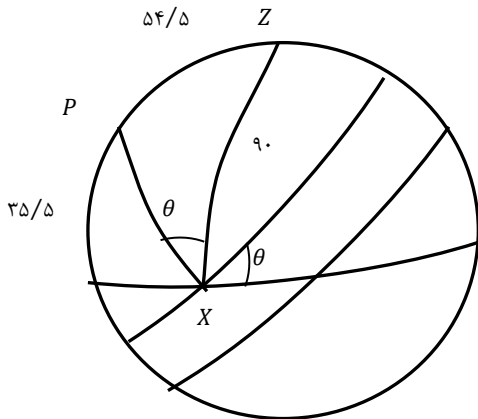
جدایی زاویه‌ای سیاره مشتری از خورشید در آسمان زمین :

$$\rightarrow \cos \beta = 0/762 \rightarrow \beta = 40/4^\circ \simeq 40^\circ$$

که جواب‌های ۴۰ و ۴۱ درجه هر دو مورد قبول بوده و لحاظ شده‌اند.

۶۵- جواب ۵۱ یا ۵۲

زاویه‌ای که مسیر ستاره با افق می‌سازد برابر θ است از طرفی باید دقت کرد که زاویه‌ای که مسیر ستاره با افق می‌سازد با زاویه‌ای که استوایی سماوی با افق می‌سازد متفاوت می‌باشد. حال با دانستن این که Z قطب افق است و P قطب استوای سماوی است به راحتی نتیجه



می‌گیریم که زاویه‌ی X در مثلث PXZ هم برابر همان θ است. پس با نوشتن یک رابطه کسینوس‌ها θ بدست می‌آید.

$$\cos(90 - \varphi) = \cos 90 \cos(90 - \delta) + \sin 90 \sin(90 - \delta) \cos \theta$$

$$\Rightarrow \sin \varphi = \cos \delta \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \sin \varphi \sec \delta$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \sin 35/5 \sec 20 \Rightarrow \theta = 51/83 \text{ درجه}$$

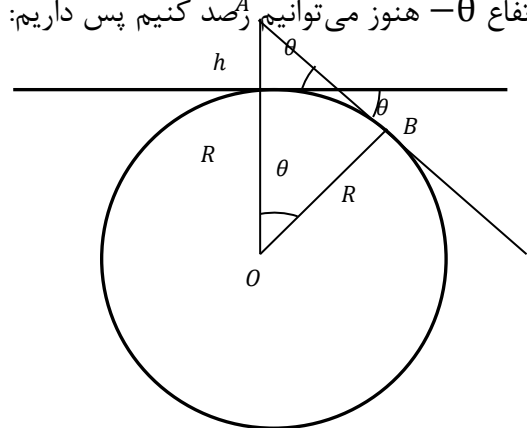
که هر دو جواب ۵۱ و ۵۲ درجه مورد قبول بوده و لحاظ شده‌اند.

۶۶- جواب ۱۹

وقتی روی کوهی است به ارتفاع ۴۰۰ متر بالا رفته‌ایم افق ما به اندازه‌ی θ درجه پایین می‌رود یعنی ما خورشید را در ارتفاع θ - هنوز می‌توانیم ز صد کنیم پس داریم:

$$\cos \theta = \frac{R}{R+h} = \frac{6400}{6400 + 0/4}$$

$$\Rightarrow \theta = 0/64 \text{ درجه}$$

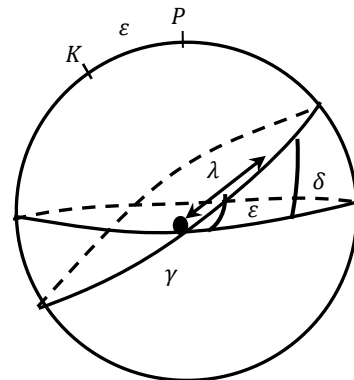
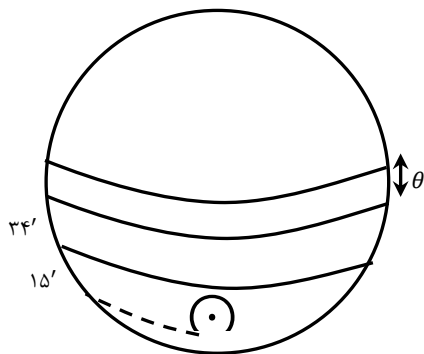


حال کافی است مدت زمانی که طول می‌کشد میل خورشید از $(\theta + 15' + 34')$ به $23/5^\circ$ برسد و دوباره به $(\theta + 15' + 34')$ برود را بدست آوریم.

آزمون ۱

$$\frac{\sin 90^\circ}{\sin \lambda} = \frac{\sin \varepsilon}{\sin \delta}$$

$$\Rightarrow \sin \delta = \sin \lambda \sin \varepsilon$$



در نتیجه مدت زمانی که میل خورشید از صفر به $-(\theta + 15' + 34')$ می‌رسد را این‌گونه محاسبه می‌کنیم.

$$\sin \lambda = \frac{\sin(\theta + 15' + 34')}{\sin \varepsilon} \Rightarrow \lambda = 3/65 \text{ درجه} = 3/78 \text{ روز}$$

حال کل مدت زمانی که خورشید دیده می‌شد برابر ۶ سال به علاوه 2λ می‌باشد چون هم در طلوع خورشید ما آن را از روی کوه زودتر رصد می‌کنیم هم در غروب آن پس داریم.

$$\text{روز} = 190/55 = 183 + 2\lambda \text{ روز} = \text{جواب}$$

که پس از گرد کردن، تنها جواب ۱۹ مورد قبول بوده و لحاظ شده است.