

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال		رشته: ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۲۳ / ۳ / ۱۳۸۶
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۶		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح
------	---------------

۶	$A = \{۲, ۴\} \quad B = \{۱, ۲, ۳\} \quad (۰/۲۵)$ الف) $A^c = \{(۲, ۲), (۲, ۴), (۴, ۲), (۴, ۴)\} \quad (۰/۲۵)$ $B^c = \{(۱, ۱), (۱, ۲), (۱, ۳), (۲, ۱), (۲, ۲), (۲, ۳), (۳, ۱), (۳, ۲), (۳, ۳)\} \quad (۰/۵)$ $A^c - B^c = \{(۲, ۴), (۴, ۲), (۴, ۴)\} \quad (۰/۲۵)$ ب) $۲^c = A \quad (۰/۲۵)$
۷	طرف اول $= A \cap (B \cap C \cap D)^c = [A \cap (B^c \cup C^c \cup D^c)] = \quad (۰/۵)$ $(A \cap B^c) \cup (A \cap C^c) \cup (A \cap D^c) = (A - B) \cup (A - C) \cup (A - D) \quad (۰/۵)$
۸	$\{a\}, \{b\}, \{c\} \quad (۰/۲۵) \quad \{a, b, c\} \quad (۰/۲۵)$ $\{a\}, \{b, c\} \quad \{b\}, \{a, c\} \quad \{c\}, \{a, b\} \quad (۰/۵)$
۹	۱) $(a, b) R (a, b) \Leftrightarrow \frac{a}{b^r} = \frac{a}{b^r} \quad (۰/۲۵)$ ۲) $(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow \frac{a}{b^r} = \frac{c}{d^r} \Rightarrow \frac{c}{d^r} = \frac{a}{b^r} \Rightarrow (c, d) R (a, b) \quad (۰/۵)$ ۳) $\left. \begin{aligned} (a, b) R (c, d) &\Rightarrow \frac{a}{b^r} = \frac{c}{d^r} \\ (c, d) R (e, f) &\Rightarrow \frac{c}{d^r} = \frac{e}{f^r} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{a}{b^r} = \frac{e}{f^r} \Rightarrow (a, b) R (e, f) \quad (۰/۵)$ چون R هر سه خاصیت بازتابی، تقارنی و ترایی را دارد پس R هم ارزی است. $(۰/۲۵)$ $[(۳, -۱)] = \{(x, y) \mid (x, y) R (۳, -۱)\} \quad (۰/۲۵)$ $\frac{x}{y^r} = \frac{۳}{(-۱)^r} \Rightarrow x = -۳y^r \quad (۰/۲۵)$
ادامه در صفحه ی سوم»	

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۲۳ / ۳ / ۱۳۸۶
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۶	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح
------	---------------

۱۰	الف) $S = \{(پ, پ, پ), (پ, پ, ر), (پ, ر, پ), (پ, ر, ر), (ر, پ, پ), (ر, پ, ر), (ر, ر, پ), (ر, ر, ر)\} \quad (۰/۵)$ ب) $A = \{(پ, ر, ر), (ر, پ, ر), (ر, ر, پ), (ر, ر, ر)\} \quad (۰/۵)$ ج) $B = \{(پ, پ, پ), (ر, ر, ر)\} \quad (۰/۵)$ د) $A \Delta B = \{(پ, ر, ر), (ر, پ, ر), (ر, ر, پ), (پ, پ, پ)\} \quad (۰/۵)$
۱۱	الف) $p(A) = \frac{\binom{۶}{۵}}{\binom{۹}{۵}} = \frac{۶}{۱۲۶} = \frac{۱}{۲۱} \quad (۰/۷۵)$ ب) $p(B) = \frac{\binom{۴}{۱}\binom{۵}{۴} + \binom{۴}{۰}\binom{۵}{۵}}{\binom{۹}{۵}} = \frac{۴ \times ۵ + ۱ \times ۱}{۱۲۶} = \frac{۲۱}{۱۲۶} = \frac{۱}{۶} \quad (۱)$
۱۲	A: پیشامد بخش پذیر بودن عدد انتخابی بر ۲ $\Rightarrow P(A) = \frac{\left[\frac{۱۰۰۰}{۲} \right]}{۱۰۰۰} = \frac{۵۰۰}{۱۰۰۰} \quad (۰/۲۵)$ B: پیشامد بخش پذیر بودن عدد انتخابی بر ۷ $\Rightarrow P(B) = \frac{\left[\frac{۱۰۰۰}{۷} \right]}{۱۰۰۰} = \frac{۱۴۲}{۱۰۰۰} \quad (۰/۲۵)$ چون $(۲, ۷) = ۱ \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{\left[\frac{۱۰۰۰}{۱۴} \right]}{۱۰۰۰} = \frac{۷۱}{۱۰۰۰} \quad (۰/۵)$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{۵۰۰}{۱۰۰۰} + \frac{۱۴۲}{۱۰۰۰} - \frac{۷۱}{۱۰۰۰} = \frac{۵۷۱}{۱۰۰۰} \quad (۰/۵)$
	«ادامه در صفحه‌ی چهارم»

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۲۳ / ۳ / ۱۳۸۶
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۶	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح
------	---------------

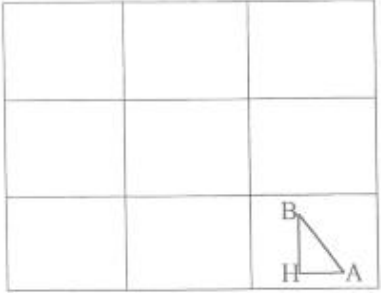
۱۳	$p\{a, b, c\} + p\{d\} = 1 \quad (0/25)$ $p\{d\} = 1 - p\{a, b, c\} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad (0/5)$ $p\{a, b\} = \frac{2}{3} - p\{d\} = \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \quad (0/5)$
۱۴	فرض می کنیم قطعه چوب ۱ متری در نقطه E بریده شود که به فاصله X از یک سر چوب قرار دارد. بنابراین فضای نمونه ای را می توان خط AB به طول ۱ متر در نظر گرفت (۰/۲۵)  برای اینکه سه پاره خط AE، EB، CD، تشکیل یک مثلث بدهند باید طول هر پاره خط از مجموع طولهای دو پاره خط دیگر کمتر شود. $AE + EB > CD \Rightarrow 1 - x + x > \frac{1}{2} \Rightarrow 1 > \frac{1}{2}$ $AE + CD > EB \Rightarrow 1 - x + \frac{1}{2} > x \Rightarrow \frac{3}{2} > 2x \Rightarrow \frac{3}{4} > x \quad (0/75)$ $EB + CD > AE \Rightarrow x + \frac{1}{2} > 1 - x \Rightarrow 2x > \frac{1}{2} \Rightarrow x > \frac{1}{4}$ $A = \left\{x \mid \frac{1}{4} < x < \frac{3}{4}\right\} \xrightarrow{(0/25)} P(A) = \frac{L(A)}{L(S)} = \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2} \quad (0/25)$
۱۵	$P(A \cup B) \leq 1 \Rightarrow 1 - P(A \cup B) \geq 0 \quad (0/25)$ $1 - \left(P(A) + P(B) - P(A \cap B) \right) \geq 0 \quad (0/5)$ $\Rightarrow P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - 1 \quad (0/25)$

مصححین محترم؛

لطفاً راه حل های صحیح دیگر را نیز بارم بندی نمایید.

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۲۳ / ۳ / ۱۳۸۶
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۶	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح
------	---------------

۱	$x = 2k$ $y = 2k + 2 \quad (0/25) \quad x.y.z = 2k(2k+2)(2k+4) \quad (0/25)$ $z = 2k + 4 \quad = 2^3 k(k+1)(k+2) \quad (0/25)$ $= 8k' \quad (0/25)$
۲	$P(1): 5^1 - 4 - 1 = 0 = 0 \times 16 \quad (0/25)$ $P(k): 5^k - 4k - 1 = 16m \quad (0/25)$ $P(k+1): 5^{k+1} - 4k - 5 = 16m' \quad (0/25)$ $5^{k+1} - 4k - 5 = 16m \times 5 \Rightarrow 5^{k+1} - 4k - 16k - 5 = 16m \times 5 \quad (0/25)$ $5^{k+1} - 4k - 5 = 16m \times 5 + 16k = 16(5m + k) \quad (0/25)$ $\Rightarrow 5^{k+1} - 4k - 5 = 16m'$
۳	برهان خلف: فرض کنیم $\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}$ گنگ نباشد پس گویاست. $(0/25)$ $\sqrt[3]{2+\sqrt{5}} = \frac{a}{b} \Rightarrow 2+\sqrt{5} = \frac{a^3}{b^3} \Rightarrow \sqrt{5} = \frac{a^3}{b^3} - 2 \quad (0/5)$ گویا = گنگ به تناقض رسیدیم پس $\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}$ گنگ است. $(0/25)$
۴	$2x^2 + 2y^2 + 2 \geq 2xy + 2x + 2y \Leftrightarrow (0/25)$ $(x^2 - 2xy + y^2) + (x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 2y + 1) \geq 0 \Leftrightarrow (0/25)$ $(x-y)^2 + (x-1)^2 + (y-1)^2 \geq 0$ بدیهی است $(0/5)$
۵	بنابر اصل لانه کبوتری ده نقطه را به منزله ده کبوتر و ۹ قسمت را به عنوان لانه در نظر می گیریم چون $10 > 9$ پس طبق اصل لانه کبوتری حداقل دو کبوتر درون یک لانه است. $(0/25)$  $(AB)^2 = (AH)^2 + (BH)^2$ $(AB)^2 < \frac{1}{9} + \frac{1}{9} \quad (0/25)$ $(AB)^2 < \frac{2}{9}$ $AB < \frac{\sqrt{2}}{3} \quad (0/25)$
ادامه در صفحه دوم»	