

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان ۱۳۹۱ / ۳ / ۱۰	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱	مرکز سنجش آموزش و پرورش	http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	$p(1): 1 + \sqrt{3} \geq 1 + \sqrt{3} \quad (0/25) \quad p(2): (1 + \sqrt{3})^2 \geq 1 + 2\sqrt{3}$ $p(k): (1 + \sqrt{3})^k \geq 1 + k\sqrt{3}$ $p(k+1): (1 + \sqrt{3})^{k+1} \geq 1 + (k+1)\sqrt{3} \quad (0/25)$ دو طرف فرض را در $1 + \sqrt{3}$ ضرب می کنیم. $(1 + \sqrt{3})^k (1 + \sqrt{3}) \geq (1 + k\sqrt{3})(1 + \sqrt{3}) \quad (0/25)$ $(1 + \sqrt{3})^{k+1} \geq (1 + k\sqrt{3})(1 + \sqrt{3})$ $(1 + k\sqrt{3})(1 + \sqrt{3}) \geq 1 + (k+1)\sqrt{3} \quad (0/25)$ باید ثابت کنیم: $\Rightarrow 1 + \sqrt{3} + k\sqrt{3} + 3k \geq 1 + k\sqrt{3} + \sqrt{3} \Rightarrow 3k \geq 0 \quad (0/25)$ بدیهی است	۱/۲۵
۲	الف) درست است (۰/۲۵) $\left. \begin{matrix} a = 5q \\ b = 5t \end{matrix} \right\} \Rightarrow a + b = 5q + 5t = 5(q + t) = 5(2k) = 10k$ جمع دو عدد فرد زوج است (۰/۲۵) الف) راه حل دوم: $\left. \begin{matrix} a = 5(2t + 1) \\ b = 5(2t' + 1) \end{matrix} \right\} \Rightarrow a + b = 5(2t + 1) + 5(2t' + 1) = 10(t + t' + 1) = 10k \quad (0/25)$ ب) نادرست است. (۰/۲۵) $a = -3 < 0 \rightarrow a^2 = 9 > 0 \quad (0/25)$ پ) نادرست است. (۰/۲۵) $\left. \begin{matrix} a = 2 \\ b = 5 \\ c = 2 \end{matrix} \right\} \Rightarrow b\sqrt{ac} = 5\sqrt{4} = 10 \quad (0/25) \text{ گنگ نیست}$	۱/۷۵
۳	هر عدد یک کیبوتر (۰/۲۵) $m = 50$ هر باقیمانده بر ۲۴ یک لانه (۰/۲۵) $n = 24$ طبق اصل لانه کیبوتری (۰/۲۵) $50 = 2 \times 24 + 2$ پس حداقل در یکی از لانه ها (۰/۲۵) $2 + 1 = 3$ کیبوتر خواهد بود. یعنی حداقل ۳ عدد باقیمانده یکسان بر ۲۴ دارند.	۱
۴	$a^2 + b^2 + c^2 + 3 \geq 2a + 2b + 2c \Leftrightarrow$ $a^2 + b^2 + c^2 + 1 + 1 + 1 - 2a - 2b - 2c \geq 0 \Leftrightarrow (0/25)$ $(a^2 - 2a + 1) + (b^2 - 2b + 1) + (c^2 - 2c + 1) \geq 0 \Leftrightarrow (0/25)$ $(a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 \geq 0$ عبارت همواره درست است و بر طبق استدلال برگشتی برقرار می باشد. (۰/۲۵)	۰/۷۵
« ادامه در صفحه ی دوم »		

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان ۱۳۹۱ / ۳ / ۱۰	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱	مرکز سنجش آموزش و پرورش	http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۵	(۰/۲۵) $n \neq 2k+1 \Rightarrow n=2k$ فرض خلف (۰/۲۵) $5n+3 = 5(2k)+3 = 10k+3 = 2(5k+1)+1 = 2q+1$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) این تناقض نشان می دهد که فرض خلف نادرست است.	۰/۷۵
۶	(۰/۲۵) $A = \{2, 4\}$, $B = \{1, 4, 9\}$ (۰/۲۵) (۰/۵) $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B) = \{2, 4, 1, 9\} - \{4\} = \{2, 1, 9\}$ (۰/۵) $(A \Delta B) \times A = \{2, 1, 9\} \times \{2, 4\} = \{(2, 2), (2, 4), (1, 2), (1, 4), (9, 2), (9, 4)\}$ رسم نمودار مختصاتی آن (۰/۵)	۲
۷	(۰/۲۵) $(C \cap A \cap B) \cup (A - C) \cup (A - B) = (C \cap A \cap B) \cup (A \cap C') \cup (A \cap B') =$ (۰/۲۵) $A \cap [(C \cap B) \cup (C' \cup B')] = A \cap [(C \cap B) \cup (C \cap B)'] = A \cap U = A$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) ب) $A \subseteq B \Rightarrow (A \cup B) = B$ (۰/۲۵) $\Rightarrow (A \cup B)' = B'$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$ (۰/۲۵) $A' \cap B' = B' \Rightarrow B' \subseteq A'$ (۰/۲۵)	۲
۸	(۰/۲۵) رابطه ی بازتابی $\forall (a, b) \in R^2, (a, b) R (a, b) \Rightarrow ab = ab$ (الف) $(a, b) R (c, d) \Rightarrow (c, d) R (a, b)$ (۰/۲۵) رابطه ی تقارنی $(a, b) R (c, d) \Rightarrow ab = cd \Rightarrow cd = ab \Rightarrow (c, d) R (a, b)$ $\left. \begin{matrix} (a, b) R (c, d) \\ (c, d) R (e, f) \end{matrix} \right\} \Rightarrow (a, b) R (e, f)$ (۰/۵) رابطه تعدی $\left. \begin{matrix} ab = cd \\ cd = ef \end{matrix} \right\} \Rightarrow ab = ef \Rightarrow (a, b) R (e, f)$ هر سه خاصیت را دارد پس هم ارزی است. (۰/۲۵) ب) $[(-1, 2)] = \{(x, y) (x, y) R (-1, 2)\} \Rightarrow \{(x, y) xy = -2\}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱/۵
	« ادامه در صفحه ی سوم »	

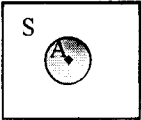
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان ۱۳۹۱ / ۳ / ۱۰	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱	مرکز سنجش آموزش و پرورش	http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۹	الف) $S = \{(1,1,1), (1,1,2), (1,2,1), (2,1,1), (1,2,2), (2,1,2), (2,2,1), (2,2,2)\}$ (۰/۷۵) ب) $A = \{(1,2,1), (1,2,2), (2,1,1), (2,1,2)\}$ (۰/۵) پ) $B = \{(1,1,1), (1,1,2), (2,1,1), (2,1,2)\}$ (۰/۵) ت) $B - A = \{(1,1,1), (1,1,2)\}$ (۰/۲۵)	۲
۱۰	الف) $p(A) = \frac{C(5,2) \times C(10,1)}{C(15,3)} = \frac{100}{455} = \frac{20}{91}$ (۰/۲۵) ب) $p(B) = \frac{C(5,1) \times C(6,1) \times C(4,1)}{C(15,3)} = \frac{120}{455} = \frac{24}{91}$ (۰/۲۵)	۱/۵
۱۱	$p(A) = \frac{\binom{n}{k}}{\binom{n}{r}} = \frac{\binom{12}{4}}{\binom{12}{4}}$ (۰/۲۵)	۰/۷۵
۱۲	$p(a) + p(b) + p(c) = 1$ (۰/۲۵) $p(a) = \frac{1}{3} p(b)$ $p(b) = \frac{1}{3} p(c)$ $p(c) = x$ $\frac{1}{6}x + \frac{1}{3}x + x = 1 \Rightarrow x = \frac{6}{9}$ (۰/۲۵) الف) $p(a) = \frac{1}{9}$, $p(b) = \frac{2}{9}$, $p(c) = \frac{6}{9}$ (۰/۲۵) ب) $p\{b, c\} = p(b) + p(c) = \frac{2}{9} + \frac{6}{9} = \frac{8}{9}$ (۰/۲۵)	۱/۷۵
	«ادامه در صفحه ی چهارم»	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان ۱۳۹۱ / ۳ / ۱۰	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۳	$p(A) = \frac{a_A}{a_S} = \frac{\frac{1}{4} \pi}{16} = \frac{\pi}{64} \quad (۰/۲۵)$  شکل (۰/۵) ۲	۱/۵
۱۴	$P(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \quad (۰/۲۵)$ $\frac{2}{3} = p(A) - p(A \cap B) + \frac{1}{4} \quad (۰/۲۵)$ $\frac{2}{3} = p(A - B) + \frac{1}{4} \Rightarrow p(A - B) = \frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{5}{12} \quad (۰/۲۵)$	۱/۵
	« موفق باشید »	۲۰
	جمع نمره	