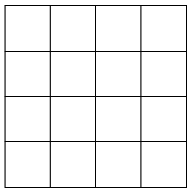
۱) به‌چند طریق می‌توان سه زیرمجموعه‌ی A، B، و C از $U = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵\}$ انتخاب کرد به‌طوری‌که $A \cap B = C$

الف) $۲^۷$ ب) ۳×۲^۷ ج) ۵×۲^۷ د) $۲^{۱۰}$ ه) ۳×۲^{۱۰}

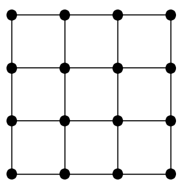


۲) می‌خواهیم خانه‌های جدول زیر را به سه رنگ چنان رنگ‌آمیزی کنیم که هیچ دو خانه‌ای که مجاورند، (یعنی ضلع مشترک دارند) هم‌رنگ نباشند. حداقل چند خانه باید رنگ‌آمیزی شود تا رنگ بقیه‌ی خانه‌ها به‌طور یکتا مشخص شود؟

الف) ۳ ب) ۴ ج) ۵ د) ٦ ه) ۷

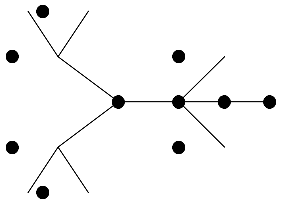
۳) روی یک دایره اعداد ۱ تا ۸ را به‌ترتیب ساعت‌گرد چیده‌ایم. از عدد ۱ شروع می‌کنیم و در هر مرحله یا به‌عدد بعدی (در جهت ساعت‌گرد) می‌رویم و یا از روی عدد بعدی می‌پریم و به‌عدد پس از آن می‌رویم. وقتی که دوباره به ۱ رسیدیم متوقف می‌شویم. می‌دانیم که ازابتدای کار تا این‌لحظه ۱ بار از روی ۴ پریده‌ایم. به‌چند حالت ممکن است این کار را کرده باشیم؟

الف) کمتر از ۵۰۰ طریق ب) بین ۵۰۰ و ۱۰۰۰ طریق ج) بین ۱۰۰۱ و ۲۰۰۰ طریق
د) بین ۲۰۰۱ و ۴۰۰۰ طریق ه) بیشتر از ۴۰۰۰ طریق



۴) شکل روبه‌رو از ۲۴ پاره‌خط و ۱٦ نقطه تشکیل شده است. می‌بینید که در بیش‌ترین حالت برای رفتن از یک نقطه به یک نقطه دیگر باید از حداقل ٦ پاره‌خط بگذریم. می‌خواهیم از مجموع ۱۸ قطر مربع‌های کوچک ۲ تا را رسم کنیم تا در بیش‌ترین حالت با پیمایش ۵ پاره‌خط بتوان از هر نقطه به هر نقطه‌ی دیگر رسید. به چند حالت می‌توان این کار را انجام داد؟

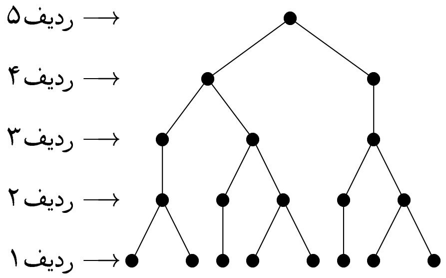
الف) صفر ب) ۱ ج) ۹ د) ۸۱ ه)



۵) شکل روبه‌رو ۱۲ رأس دارد که ۱۱ زوج آن با پاره‌خط‌هایی به‌هم وصل شده‌اند. می‌خواهیم هرکدام از رأس‌ها را با یکی از سه رنگ موجود رنگ کنیم به طوری که هیچ ۲ رأس متصل به‌هم، یک‌رنگ نشوند. به‌چند طریق این کار ممکن است؟

الف) کمتر از ۱۰۰۰ طریق ب) بین ۱۰۰۰ و ۳۰۰۰ طریق ج) بین ۳۰۰۰ و ٦۰۰۰ طریق د) بین ٦۰۰۰ و ۲۰۰۰۰ طریق ه) بین ۲۰۰۰۰ و ۱۰۰۰۰۰ طریق

۶) یک بازی دو نفره روی ۸ رأس ردیف ۱ شکل روبه‌رو به‌این‌صورت انجام می‌شود: هر کس در نوبت خود یکی از این ۸ رأس که تا به‌حال رنگ نشده را انتخاب می‌کند و آن را به‌رنگ خود درمی‌آورد. رنگ مربوط به یکی از دو نفر سبز و رنگ مربوط به دیگری قرمز است. پس از پایان این کار، از ردیف دوم شروع می‌کنیم و هر رأس که از پایین فقط به یک رأس متصل است آن را به‌همان رنگ و اگر به ۲ رأس وصل باشد، درصورتی‌که آن ۲ رأس هم‌رنگ باشند، آن را به رنگ قرمز و اگر نه، به رنگ سبز در می‌آوریم. این‌کار را سطح به سطح انجام می‌دهیم تا به سطح پنجم برسیم. در نهایت صاحب رنگ رأس ردیف پنجم برنده است. چه کسی امکان برد حتمی را دارد؟



الف) نفر اول ب) نفر دوم ج) صاحب رنگ سبز د) صاحب رنگ قرمز ه) هیچ‌کدام

تعریف زیر را برای سه سؤال بعدی درنظر بگیرید: یک جدول $m \times n$ که در هر خانه آن یک عدد صحیح قرار می‌گیرد را شمارنده می‌گوییم. اگر اختلاف عدد نوشته شده در هر دو خانه مجاور (سطری یا ستونی) آن دقیقاً یک باشد. به‌عنوان نمونه جدول روبه‌رو یک جدول شمارنده ۳×۲ است.

۲	۳	۲
۳	۲	۱

۷) می‌خواهیم در حداقل تعداد خانه‌های یک جدول $m \times n$ عدد بگذاریم به‌طوری‌که در بقیه‌ی خانه‌ها فقط به‌یک طریق بتوان عدد گذاشت تا حاصل یک جدول شمارنده باشد. این حداقل در چه بازه‌ای قرار دارد؟

الف) ۱ یا ۲ ب) $[m+n-1, 3]$ ج) $[\frac{mn}{2}, m+n]$ د) $[mn-1, \frac{mn}{2}]$ ه) دقیقاً mn

۸) یک جدول شمارنده $m \times n$ که روی همه‌ی خانه‌های آن را پوشانیده‌اند، داده شده است. می‌خواهیم پوشش روی حداقل تعداد خانه‌های آن را برداریم (عددهای آن برای ما مشخص شود) که بتوانیم عدد بقیه‌ی خانه‌ها را حدس بزنیم. حداقل در چه بازه‌ای قرار دارد؟

الف) ۱ یا ۲ ب) $[m+n-1, 3]$ ج) $[\frac{mn}{2}, m+n]$ د) $[mn-1, \frac{mn}{2}]$ ه) دقیقاً mn

۹) چند جدول شمارنده‌ی ۵×۲ وجود دارد که در خانه بالا و سمت چپ آن عدد یک قرار داده شده است؟

الف) بین ۱ تا ۴۰ عدد ب) بین ۴۱ تا ۱۳۰ عدد ج) بین ۱۳۱ تا ۲۰۰ عدد د) بین ۲۰۱ تا ۲۸۰ عدد ه) بیش از ۲۸۰ عدد

۱۰) فرض کنید تعدادی سنگ‌ریزه روی میز است. دو نفر باهم این بازی را (نوبتی) انجام می‌دهند: هرکس در نوبت خودش می‌تواند d سنگ‌ریزه از روی میز بردارد، به‌این شرط که تعداد سنگ‌ریزه‌های روی میز بر d بخش‌پذیر باشد واز d بزرگ‌تر باشد. هر کس با حرکتش باعث شود ۱ سنگ‌ریزه باقی بماند برنده می‌شود. اگر تعداد سنگ‌ریزه‌های اولیه در ۹ بازی انجام شده به‌ترتیب ۲، ۳، ...، و ۱۰ باشد، در چند تا از این بازی‌ها نفر اول می‌تواند برنده شود؟

الف) ۳ ب) ۴ ج) ۵ د) ۶ ه) ۷

۱۱) یک شبکه $m \times n$ از نقاط را درنظر بگیرید که درآن فاصله‌ی نقاط مجاور برابر ۱ است (افقی و عمودی). می‌خواهیم با کشیدن تعدادی خط با طول ۱ بین خانه‌های مجاور کاری کنیم که از هر نقطه بتوان با استفاده از این خطوط به‌هر

نقطه‌ی دیگری رفت. در ضمن می‌خواهیم اگر هریک از خطوط به طول ۱ کشیده‌شده، پاک شود، باز هم این خاصیت حفظ شود، یعنی باز هم بتوان از هر بقطه به هر نقطه‌ی دیگر رفت. اگر ۵ $= m$ و ۳ $= n$، حداقل تعداد خطوط چند است؟

الف) ۱۳ ب) ۱۵ ج) ۱٦ د) ۱۷ ه) ۱۸

۱۲) فرض کنید شبکه‌ای ۵ × ۴ از نقاط داریم که خانه‌ها با فاصله‌های منظم ۱ از هم قرار دارند و بین بعضی از خانه‌ها با فاصله ۱ خطوطی رسم شده است. یک ماشین در اختیار داریم که اگر شبکه‌ای را به او بدهیم یک شبکه عیناً مثل همان برای ما می‌سازد. در این صورت، ما دو شبکه عین هم خواهیم داشت. ما هم حق داریم این دو شبکه را هر طوری که بخواهیم روی هم بیندازیم: می‌توانیم شبکه‌ها را از صفحه جدا کنیم و در فضا بچرخانیم، فقط ابعاد دو شبکه باید بر هم منطبق باشند. یعنی باز هم یک شبکه ٦ × ۵ از نقاط خواهیم داشت. حالا دو نقطه مجاور به هم وصل هستند. اگر در حداقل یکی از شبکه‌هایی که روی هم رفته‌اند این دو به هم وصل بوده باشند مثلاً از شبکه راست به چپ برسیم. می‌خواهیم با تعدادی بار استفاده از این ماشین شبکه پر شود (تمام خانه‌های مجاور با فاصله ۱ به هم وصل شوند) حداقل تعداد خطوط اولیه چقدر می‌تواند باشد؟

الف) ۸ ب) ۹ ج) ۱۰ د) ۱۱ ه) ۱۳

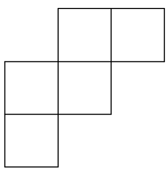
۱۳) دو مرکز گازرسانی و ٦ شهر داریم. می‌خواهیم از مراکز گازرسانی به شهرها لوله‌کشی کنیم، به‌طوری که از هر مرکز گازرسانی ٦ لوله خارج شده باشد و به هر شهر ۲ لوله وارد شده باشد. اشکالی ندارد که در این لوله‌کشی‌ها از یک مرکز گازرسانی به یک شهر ۲ خط لوله کشیده شود. به چند طریق می‌توانیم لوله‌کشی کنیم؟

الف) ب) ج) د) ه)

۱۴) سکه‌ای روی صفحه‌ی مختصات در نقطه‌ای با مختصات نامنفی قرار دارد. در هر لحظه یک تراز یکی از پای عمودهای سکه بر یکی از محورها راه می‌افتد به سمت سکه، سکه را برمی‌دارند. ۹۰ درجه به سمت راست یا چپ می‌پیچد. همان قدر که آمده می‌رود. اگر در فضای به مختصات نامنفی بود سکه را می‌گذارد وگرنه سکه را به جای اولش برمی‌گرداند. در طی این اعمال سکه از کدام مختصات می‌تواند به کدام مختصات رفته باشد. (عدد را جای تست بگذار نه ضربش را.)

الف) از (۸۴,۳۵) به (۹۱,۴۹) ب) از (۳۰,۴۲) به ٦۰,۳٦ ج) از (۹,۱۲) به (۱۵,۲۰)
د) از (۰,۵) به (۱۰,۰) ه) از (۵۵,۷۷) به (۷,۱۱)

۱۵) به چند طریق می‌توان اعداد ۱ تا ۵ را در خانه‌های شکل مقابل قرار داد، به طوری که عدد مربوط به هر خانه از اعداد خانه‌های سمت راست و پایین آن خانه (در صورت وجود) کوچک‌تر باشد؟



الف) ۱۴   ب) ۲۸   ج) ۱۳   د)   ه)

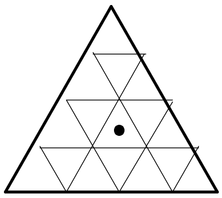
۱۶) برای جایگشت $f(p)$ را تعریف می‌کنیم $\sum_{i=1}^{n}|p_i - i|$. میانگین $f(p)$ برای کل جایگشتهای ۷ تایی چند است؟

الف) ۱۴   ب)   ج)   د)   ه)

۱۷) تعداد جایگشتهای π از اعداد ۱ تا ۷ را بیابید که برای هر $1 \le i \le n - 3$ داشته باشیم $\pi_i < \pi_i + 3$.

الف) ۲۱۰   ب)   ج)   د)   ه)

۱۸) در ساختن بنای ساختمان شکل روبه‌رو فقط از آجرهایی استفاده می‌شود که تمام سطح آنها آینه است. دیوار دور ساختمان ساخته شده است می‌خواهیم روی ماکزیمم تعداد از خط چینهای شکل دیوار بسازیم که از مرکز ساختمان تمام نقاط دیده شود. این تعداد چند تا است؟



الف) صفر   ب) ۱   ج) ۲   د) ۳   ه) هیچ کدام

۱۹) فردی از محل A می‌خواهد با حرکت‌های افقی و عمودی به نقطه‌ای از خیابان اصلی شهر برسد (ضلع BC) برسد به‌طوری که مسیری که طی می‌کند کوتاه‌ترین مسیر باشد و از ابتدای شروع حرکت تا انتها دقیقاً در ۳ مکان تغییر جهت بدهد. (ضلع‌های AB و AC به ۱۰ قسمت مساوی

الف) ۸۴   ب) ۱۲۰   ج) ۱۶۸   د) ۲۴۰   ه) ۱۰۲۴

۲۰) ۲۰ متغیر بولی $q_{i,j}$ ($1 \le i \le 5$ و $1 \le j \le 4$) داریم که در شرایط

$$\begin{cases} q_{i,j} \Rightarrow q_{i+1,j} & i < 5 \\ q_{i,j} \Rightarrow q_{i,j+1} & j < 4 \end{cases}$$

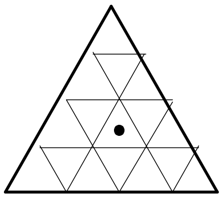
صدق می‌کنند. به چند طریق می‌توان به این متغیرها مقادیر «درست» و «غلط» داد؟

الف) ۱۲۶   ب) ۱۲۷   ج) ۱۲۸   د) ۱۲۹   ه) ۱۳۰

۲۱) مجموعه $S = \{1, 2, \ldots n\}$ مفروض است. T یک تابع است که به هر یک از زیرمجموعه‌های S یکی از زیرمجموعه‌های S را نسبت می‌دهد. چند تابع T وجود دارد که دارای خاصیت زیر است؟

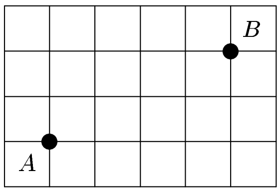
$$\forall P, Q \subseteq S : P \subseteq Q \Leftrightarrow T(P) \subseteq T(Q)$$

الف) ۲   ب) 2^n ج) $n!$ د) $(2^n)!$ ه) 2^{n2^n}



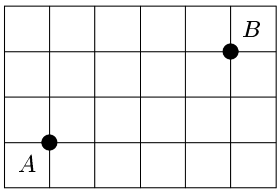
۲۲) n ظرف با تعدادی سیب در هریک موجود است، این ظرف‌هاروی یک میز به صورت یک صف قرار گرفته‌اند. هرجا می‌توانیم ۲ ظرف کنار هم را انتخاب می‌کنیم و از هر کدام ۱ سیب را برمی‌داریم (هر دو باید حداقل ۱ سیب داشته باشند)، یا به هر کدام ۱ سیب اضافه می‌کنیم. با تکرار این کار کدام دو وضعیت زیر به هم قابل تبدیل هستند؟

الف) (a، b، c و d)　　ب) (a و b) — (c و d)　　ج) (a و c) — (b و d)　　د) (a و d) — (b و c)　　ه) (b، c و d)



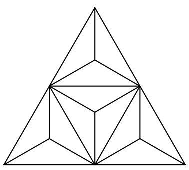
۲۳) اگر مسأله‌ی بالا این‌گونه تغییر کند که ظرف‌ها دور یک میز دایره شکل قرار گرفته‌اند و در هر مرحله فقط می‌توانیم به ۴ ظرف متوالی هر کدام ۱ سیب اضافه کنیم، از وضعیتی که همه‌ی ظرف‌ها خالی هستند به کدام‌یک از وضعیت‌های زیر می‌توان رسید؟

الف) a، b، c و d　　ب) c و d　　ج) b، c و d　　د) a و b　　ه) a، c و d



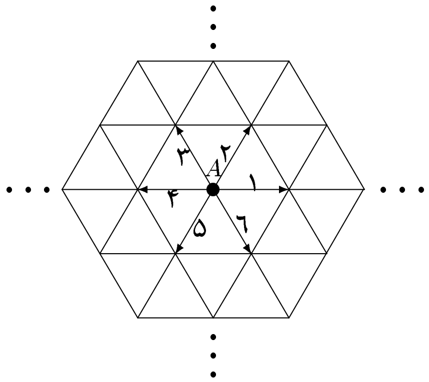
۲۴) در شکل مقابل می‌خواهیم از خانه A به B برویم به‌طوری‌که تنها روی خط‌ها حرکت کنیم و دقیقاً هشت حرکت انجام دهیم. در هر حرکت، در یکی از چهار جهت اصلی به یک نقطه‌ی مجاور می‌رویم. هم‌چنین در طول مسیر می‌توان به نقطه‌ی تکراری هم رفت. به چند طریق می‌توان این کار را انجام داد؟

الف) ۱۵　　ب) ۱۶۸　　ج) ۵۶　　د) ۴۴۸　　ه) ۳۶۰



۲۵) به چند طریق می‌توان مثلث‌های کوچک را سیاه یا سفید کنیم به‌طوری‌که هیچ دو مثلث سیاه مجاور نباشند. (دو مثلث مجاورند اگر ضلع مشترک داشته باشند.)

الف) ۱۰۸　　ب) ۱۱۲　　ج) ۱۴۴　　د) ۱۹۴　　ه) ۲۰۸



۲۶) در شکل مقابل یک نفر روی نقطه‌ی A ایستاده است. او در هر حرکت تاس می‌اندازد و با توجه به شماره‌ی تاس، یک واحد در جهت مربوطه (که در شکل مشخص شده) جلو می‌رود. حال پس از انداختن ۴ تاس به چه احتمالی به نقطه‌ی اول باز می‌گردد (توجه کنید که‌همه‌ی صفحه مثلث‌بندی شده‌است)؟

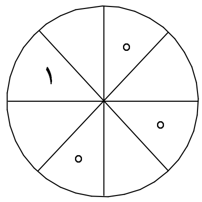
الف) $\left(\frac{4}{6}\right)^{4}$ ب) $\frac{5}{72}$ ج) $\frac{128}{6^4}$ د) $\frac{9}{108}$ هـ) $\frac{15}{108}$

۲۷) خانه‌های یک جدول $m \times n$ به رنگ‌های سیاه و سفید رنگ شده‌اند و در یکی از خانه‌ها، یک مهره قرار دارد. در هر حرکت می‌توانیم مهره را یک خانه به بالا، پایین، چپ یا راست حرکت دهیم، با این شرط که مهره به هر خانه‌ای که وارد شود، رنگ آن خانه را عوض می‌کند (از سفید به سیاه و بالعکس). به ازای کدام‌یک از گزینه‌های زیر، می‌توان به گونه‌ای خانه‌ها را رنگ کرد و مکان اولیه مهره را مشخص نمود که با انجام تعدادی حرکت نتوان تمامی خانه‌ها را هم‌رنگ کرد؟

الف) $n = m = 4$ ب) $n = 1$ و $m = 16$ ج) $n = m = 8$

د) $n = 5$ و $m = 7$ هـ) هم‌رنگ کردن خانه‌ها همیشه عملی است.

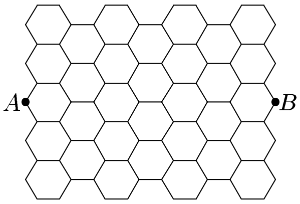
۲۸) در شکل روبه‌رو در بعضی از خانه‌ها صفر یا یک گذاشته‌ایم. با پر کردن بقیه خانه‌ها (با صفر و یک) به‌چند شکل مختلف می‌توانیم برسیم؟ (دو شکل را مختلف می‌گوییم اگر نتوان یکی را مقداری چرخاند و روی دیگری گذارد به نحوی که اعداد خانه‌های روی هم، یکسان باشند. توجه کنید که مجاز به پشت و رو کردن شکل نیستیم.)



الف) ۸ ب) ۱۰ ج) ۱۲ د) ۱۴ هـ) ۱۶

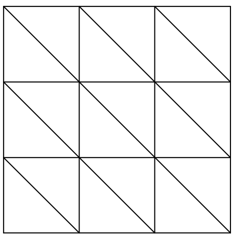
۲۹) تعداد زیادی کارت مقوایی 3×3 که با خطهای افقی و عمودی به مربعهای 1×1 تقسیم شده است، به همراه یک میز بزرگ در اختیار داریم. در هر «مرحله» می‌توانیم تعدادی کارت را هم‌زمان روی میز قراردهیم به‌نحوی‌که این دو شرط رعایت شوند: اولاً کارت‌هایی را که در یک مرحله روی میز می‌گذاریم نباید هیچ قسمتی از یک‌دیگر را بپوشانند و ثانیاً حداقل یکی از مربع‌های یک در یک هر یک از کارت‌هایی را که در مرحله‌ی iام می‌گذاریم، باید دقیقاً روی یکی از مربع‌های یک در یکِ یکی از کارت‌های مرحله‌ی $i - 1$ قرار بگیرد. اگر در ابتدا تنها یک کارت روی میز باشد، پس از ۴ مرحله حداکثر چند کارت روی میز خواهد بود؟

الف) ۵۴ ب) ۵۵ ج) ۸۷ د) ۸۸ هـ) ۱۶۵



۳۰) اگر در شکل روبه‌رو طول اضلاع همه‌ی شش ضلعی‌ها با هم یکسان باشد، تعداد کوتاه‌ترین مسیرهای ممکن بین A و B به نحوی که فقط از روی اضلاع شش ضلعی‌ها حرکت کنیم چقدر است؟

الف) ۱۶ ب) ۲۴ ج) ۷۰ د) ۲۵۲ هـ) ۲۵۶



۳۱) شکل روبه‌رو یک جدول ۳×۳ است که هر مربع آن به دو خانه مثلثی شکل تقسیم شده است. می‌خواهیم در هر مثلث یک عدد بنویسیم به نحوی که تمامی اعداد ۱ تا ۱۸ در جدول ظاهر شده باشند و در هر یک از ۹ مربع اولیه، مجموع اعداد نوشته‌شده در دو مثلث آن برابر عددی ثابت گردد. همچنین مجموع کل اعداد نوشته شده در هر سه مربعی که یک سطر یا ستون جدول ۳×۳ را تشکیل می‌دهند، عدد ثابتی شود. این کار به چند طریق امکان‌پذیر است؟

الف) $\binom{۱۸}{۹}$ ب) $\frac{۱۸!}{۹!}$ ج) $۹!$ د) $\frac{۲^۹ \times ۱۸!}{۹!}$ هـ) $۲^۹ \times ۹!$

۳۲) فرض کنید $S \subseteq \{۱, ۲, \ldots, ۸\}$. تعریف می‌کنیم $S^* = \{x + ۱ | x \in S\}$. اگر تعداد Sهایی که $S \cup S^* = \{۱, ۲, \ldots, ۹\}$ برابر n باشد، باقیمانده‌ی n بر ۵ کدام است؟

الف) ۰ ب) ۱ ج) ۲ د) ۳ هـ) ۴

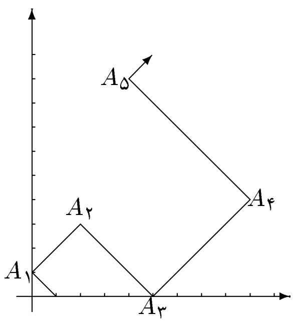
۳۳) می‌توان یک دنباله از اعداد را این‌گونه تغییر داد که ۳ عدد پشت‌سرهم a، b، و c از دنباله را از دنباله پاک‌کرد و به جای آن‌ها عدد $a + c - b$ را در همان مکان قرارداد. مثلاً رشته‌ی $(۱, ۲, ۸, ۴, ۷)$ را می‌توان به $(۱, -۲, ۷)$ و همچنین $(۱, -۲, ۷)$ را به (۱۰) تبدیل کرد. حال کدام یک از رشته‌های زیر را می‌توان به (۰) تبدیل کرد؟

الف) $(۱, ۱, ۱, ۱, ۱, ۱, ۱, ۱, ۲)$ ب) $(۲, ۴, -۱, ۷, ۸, ۴, ۹, ۳, ۱)$ ج) $(۷, ۷, ۷, ۶, ۶, ۶, ۵, ۵, ۵, ۵)$
د) $(۸, ۷, ۵, ۷, ۳, ۶, ۷, ۷, ۴)$ هـ) $(۴, ۴, ۳, ۷, ۱, ۹, ۸, ۵, ۶)$

۱			
	۱		
		۱	
			۱

۳۴) به چند طریق می‌توان خانه‌های خالی را با اعداد ۱، ۲، ۳، و ۴ پر کرد به‌طوری‌که در هر سطر و هر ستون هر عدد دقیقاً یک بار آمده باشد؟

الف) ۸ ب) ۱۶ ج) ۲۵ د) ۲۴ هـ) ۴۸



۳۵) یک نفر روی نقطه $(۱, ۰)$ علامت می‌گذارد. در حرکات بعدی به ترتیب روی $A_{۱}$ و $A_{۲}$ و $A_{۳}$ و $A_{۴}$ و $A_{۵}$ علامت می‌گذارد. اگر روند ادامه یابد، مختصات $A_{۱۰}$ چه‌خواهد بود؟

الف) $(۲۶, ۱۵)$ ب) $(۲۵, ۱۵)$ ج) $(۶, ۵)$ د) $(۵۵, ۲۵)$ ه) $(۲۶, ۲۵)$

۳۶) خانه‌های یک جدول ۳×۲، با شش رنگ که با اعداد ۱ تا ٦ شماره‌گذاری شده‌اند، رنگ شده‌اند. کاغذ را ۳ بار تا می‌زنیم تا در نهایت به یک مربع ۱×۱ برسیم، توجه کنید که تا زدن فقط روی خطوط افقی و عمودی جدول مجاز است. حال شش مربع ۱×۱ به ترتیبی روی هم قرار گرفته‌اند. کدام‌یک از رنگ آمیزی‌های زیر را نمی‌توان ۳ بار تا زد به نحوی که رنگ‌ها به ترتیب ۱ تا ٦ روی هم قرار گرفته باشند؟

(الف)

۵	۳	۲
٦	۴	۱

(ب)

٦	۵	۱
۳	۴	۲

(ج)

۲	۱	۳
۵	٦	۴

(د)

۵	٦	۱
۴	۳	۲

(ه)

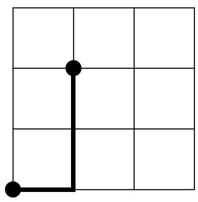
۵	۴	۱
٦	۳	۲

۳۷) یک میدان که به صورت یک صفحه‌ی شطرنجی $n \times n$ است در مرکز شهر قرار دارد. k گانگستر می‌خواهند به این صورت در این میدان دوئل کنند: هر فرد در یک خانه به دلخواه خودش قرار می‌گیرد (در هر خانه حداکثر ۱ نفر) و اسلحه‌ی خود را به سمت یکی از چهار جهت شمال، جنوب، شرق، و یا غرب نشانه گرفته‌است. همه در یک لحظه شلیک می‌کنند. اگر بخواهیم هیچ یک از افراد کشته نشوند، k حداکثر چند است؟

الف) $n^{۲}$ ب) $۴n$ ج) $۴n - ۲$ د) $۴n - ۴$ ه) $۲n$

۳۸) در یک نظام عددی دودویی، اعداد ٦ رقمی هستند و رقم‌های سوم و ششم علاوه بر دو مقدار ۰ و ۱ می‌توانند ارزش -۱ را نیز داشته‌باشند. مثلاً عدد $(-۱, ۰, ۱, -۱, ۱, ۱)$ ارزشی برابر $-۲۵ = ۲^{۰} \times ۱ + ۲^{۱} \times ۱ + ۲^{۲} \times (-۱) + ۲^{۳} \times ۱ + ۲^{۴} \times ۰ + ۲^{۵} \times (-۱)$ دارد. روی یک تخته، به ازای تمامی این گونه اعداد ٦ رقمی، ارزش معادل آن‌ها را نوشته‌ایم و سپس به ازای هر عدد صحیح i، اگر i حداقل یک بار روی تخته نوشته شده باشد، دقیقاً یکی از i ها را پاک می‌کنیم. در نهایت چند عدد روی تخته باقی مانده‌است؟

الف) ۳٦ ب) ۴۴ ج) ۵٦ د) ٦۳ ه) ۱۰۰



در شکل روبه‌رو هر نقطه نماینده‌ی یک کارخانه است. هر کارخانه از کارخانه‌ی بالا و سمت چپِ خود (در صورت وجود) کالای اولیه دریافت می‌کند و کالای تولیدی خود را به عنوان کالای اولیه، به کارخانه‌های پایین و سمت راستِ خود می‌فرستد. اگر یک کارخانه a واحد کالا از کارخانه‌ی بالایی و b واحد کالا از کارخانه‌ی سمت راستیِ خود دریافت کند، در مجموع $۲(a+b)$ واحد کالا تولید می‌کند که نصف آن را به کارخانه‌ی پایینی و نصف آن را به کارخانه‌ی سمت راستی می‌فرستد. فرض کنید کارخانه‌ی A در ابتدا ۲ واحد کالا به کارخانه‌ی سمت راست و ۳ واحد به کارخانه‌ی پایینی خود بفرستد، در نهایت کارخانه‌ی B چند واحد کالا تولید خواهد کرد؟

الف) ۶۰ ب) ۸۵ ج) ۹۰ د) ۱۷۵ ه) ۲۱۰