

## باسمه تعالی

مبارزه‌ی علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست‌وجو و کشف واقعیت‌هاست.

«امام خمینی (ره)»

وزارت آموزش و پرورش

باشگاه دانش‌پژوهان جوان

# هفدهمین المپیاد فیزیک کشور

## مرحله‌ی دوم

آزمون نظری: ۱۷ اردیبهشت ماه ۱۳۸۳

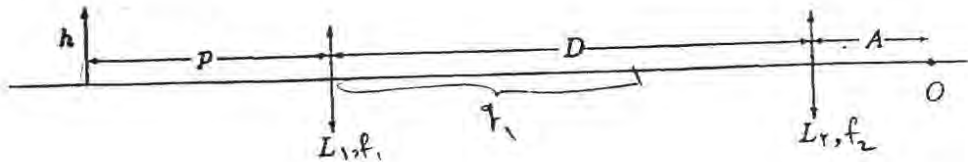
شروع: ۹:۴۵

مدت آزمون: ۳ ساعت و ۳۰ دقیقه

### تذکرات:

- ۱- ضمن آرزوی موفقیت برای شما داوطلب گرامی، خواهشمند است به نکات زیر دقیقاً توجه فرمایید:
  - ۱- این قسمت از آزمون شامل ۱۰ سؤال و وقت آن ۳ ساعت و ۳۰ دقیقه است.
  - ۲- همه‌ی سؤال‌ها نمره‌ی مساوی دارد.
  - ۳- بر روی هر برگ پیش‌نویس که به شما داده می‌شود نام و نام خانوادگی خود را حتماً بنویسید.
  - ۴- نتایج این آزمون در نیمه‌ی دوم خردادماه اعلام خواهد شد.

۱) یک دوربین از دو عدسی هم‌گرای  $L_1$  و  $L_2$  ساخته شده، که هم‌محور اند و فاصله‌یشان از هم  $D$  است. فاصله‌ی کانونی این دو عدسی، به ترتیب  $f_1$  و  $f_2$  است. مطابق شکل، جسمی به طول  $h$  در فاصله‌ی  $p$  از عدسی  $L_1$  است. فاصله‌ها چنان است که تصویر این جسم در  $L_1$  در طرف چپ  $L_2$  تشکیل می‌شود. چشم ناظر در نقطه‌ی  $O$ ، طرف راست  $L_2$  و به فاصله‌ی  $A$  از آن است. درشت‌نمایی دوربین ( $\gamma$ ) را به شکل  $\gamma = \frac{k}{Y} \frac{X}{h}$  تعریف می‌کنیم.  $X$  فاصله‌ی جسم از ناظر،  $Y$  فاصله‌ی تصویر جسم در دوربین از ناظر،  $h$  طول جسم، و  $k$  طول تصویر نهایی است.



الف) درشت‌نمایی دوربین را بر حسب  $p, D, A, f_1$  و  $f_2$  حساب کنید.

ب) درشت‌نمایی دوربین را به ازای  $p \rightarrow \infty$  حساب کنید.

ج) مقدار به دست آمده در (ب) را به ازای  $D = f_1 + f_2$  ساده کنید

(۲) مدار یک موتور الکتریکی از دو عنصر  $s$  و  $r$  تشکیل شده است. عنصر  $s$  مثل یک مقاومت به مقدار  $R_s$  است:



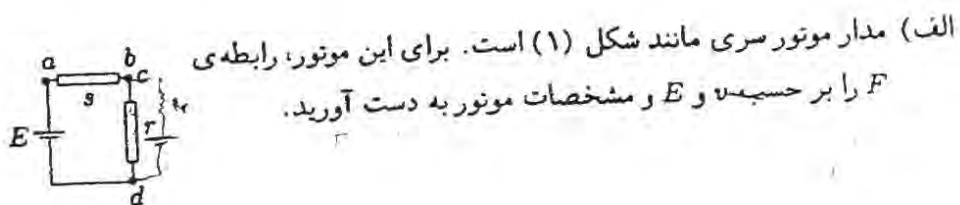
عنصر  $r$  مثل یک مقاومت به مقدار  $R_r$  و یک باتری با نیروی محرکه‌ی  $E_r$  است:



از این موتور برای حرکت دادن یک نوار نقاله استفاده می‌شود. با گذشتن جریان از عنصر  $s$ ، میدان مغناطیسی  $B$  تولید می‌شود. به خاطر این میدان مغناطیسی و جریانی که از عنصر  $r$  می‌گذرد، نیروی  $F$  به نوار نقاله وارد می‌شود. سرعت نوار نقاله را با  $v$  نشان می‌دهیم. این رابطه‌ها برقرار اند.

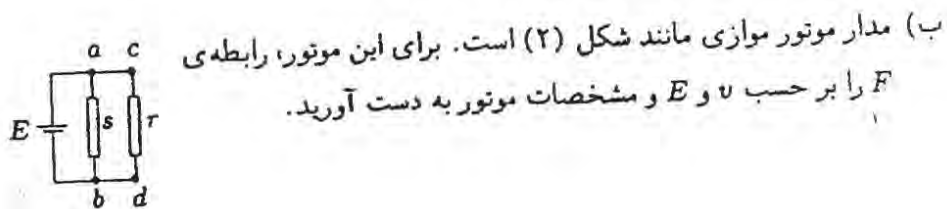
$$B = \alpha I_s \quad F = \beta B I_r \quad E_r = \gamma B v$$

$\alpha$ ،  $\beta$ ،  $\gamma$  و ثابت‌هایی اند، که همراه با  $R_s$  و  $R_r$  مشخصات موتور را تشکیل می‌دهند.



(الف) مدار موتور سری مانند شکل (۱) است. برای این موتور، رابطه‌ی  $F$  را بر حسب  $v$  و  $E$  و مشخصات موتور به دست آورید.

شکل (۱)



(ب) مدار موتور موازی مانند شکل (۲) است. برای این موتور، رابطه‌ی  $F$  را بر حسب  $v$  و  $E$  و مشخصات موتور به دست آورید.

شکل (۲)

(۳) می‌خواهیم عمق چاه، یعنی فاصله‌ی بین سطح آب درون چاه با سطح زمین را بسنجیم. برای این کار سنگی را به درون چاه می‌اندازیم و زمان بین رها شدن سنگ تا شنیدن صدای برخورد سنگ با سطح آب توی چاه،  $T$ ، را با کرنومتر می‌سنجیم. می‌دانیم که در محل چاه  $g = 10 \text{ m/s}^2$  است. فرض کنید  $T = 2.70 \text{ s}$  باشد. اگر فرض کنیم صوت با سرعت بی‌نهایت منتشر می‌شود، و  $T$  را با دقت خیلی خوبی سنجیده ایم، آن وقت عمق چاه می‌شود  $h_0 = \frac{1}{2}gT^2$ . اگر صوت با سرعت بی‌نهایت منتشر شود و دقت زمان‌سنجی حدود  $0.2 \text{ s}$  باشد، عمق چاه می‌شود  $h_0 + h_1$ . اگر خطای زمان‌سنجی نداشته باشیم و سرعت صوت را  $330 \text{ m/s}$  بگیریم، عمق چاه می‌شود  $h_0 + h_2$ .

الف)  $|h_1|$  تقریباً چه قدر است؟

ب) اگر می‌توان، علامت  $h_1$  را تعیین کنید.

ج)  $|h_2|$  تقریباً چه قدر است؟ (دقت کنید که زمان برگشت صوت از ته چاه نسبت به زمان رسیدن سنگ به سطح آب، بسیار کوچک است.)

د) اگر می‌توان، علامت  $h_2$  را تعیین کنید.

راهنمایی: اگر  $|e|$  خیلی کوچک‌تر از ۱ باشد، آن‌گاه  $1 + 2e \approx (1 + e)^2$ .

(۴) خودرویی به جرم  $1000 \text{ kg}$  مجهز به دنده‌ی اتوماتیک است. هنگام حرکت خودرو در جاده‌ی افقی، دو نیروی پیش‌ران و مقاوم در راستای جاده بر آن اثر می‌کند. در زمان درگیر شدن دنده‌ی  $n$  ام ( $n = 1, 2, 3, 4, 5$ ) نسبت نیروی موتور به نیروی پیش‌ران خودرو  $n$  است. سرعت خودرو،  $v$ ، با  $\alpha n b$  برابر است که  $b$  تعداد دور موتور بر واحد زمان و  $\alpha$  عدد ثابتی برابر  $0.2 \text{ m}$  است. جعبه‌ی دنده طوری ساخته شده است که با افزایش سرعت خودرو، هر گاه  $b = b_0$  شود، دنده‌ی  $n$  به دنده‌ی  $n + 1$  می‌رود.  $b_0$  بیش‌ترین تعداد دور موتور بر واحد زمان است و مقدار آن  $3000$  دور بر دقیقه است. نیروی مقاوم در برابر حرکت این خودرو مقدار ثابت  $2000 \text{ N}$  است. هنگامی که  $b < b_0$  باشد، حداکثر نیروی موتور  $12000 \text{ N}$  است.

الف) حداکثر سرعت این خودرو در سطح افقی ( $v_{\max}$ ) چه قدر است؟

ب) در حالت الف، نیروی موتور چه قدر است؟

ج) برای رکوردگیری، راننده با فشردن پدال گاز، موتور را با حداکثر نیرو به کار می‌اندازد.

زمان رسیدن خودرو از حالت سکون به سرعت  $100 \text{ km/h}$  چه قدر است؟

(۵) مخلوطی از گازهای کامل  $a$  و  $b$  آرمانی است، اگر  $PV = (n_a + n_b)RT$  برقرار باشد.  $P$  فشار مخلوط،  $V$  حجم آن،  $T$  دمای آن،  $R$  ثابت عمومی گازها،  $n_a$  تعداد مولهای گاز  $a$ ، و  $n_b$  تعداد مولهای گاز  $b$  است. در این حالت به  $P_a = n_a RT/V$  و  $P_b = n_b RT/V$ ، به ترتیب فشار جزئی گاز  $a$  و فشار جزئی گاز  $b$  می‌گوییم.

اگر مایعی را در ظرفی در بسته بگذاریم، مقداری از مایع بخار می‌شود تا فشار بخار مایع به حد معینی برسد که به آن فشار بخار اشباع آن مایع می‌گویند. در این حالت بخار و مایع درون ظرف با هم به تعادل می‌رسند و مقدارشان ثابت می‌ماند. فشار بخار اشباع یک مایع فقط به جنس مایع و دمای آن بستگی دارد.

اگر محلولی از دو مایع  $a$  و  $b$  را درون ظرف در بسته‌ای بگذاریم، مقداری از محلول بخار می‌شود تا بخار و مایع به تعادل برسند. می‌گوییم این محلول آرمانی است اگر مخلوط گازهای  $a$  و  $b$  آرمانی باشد و

$$P_a = \frac{n'_a}{n'_a + n'_b} P_{a0} \quad P_b = \frac{n'_b}{n'_a + n'_b} P_{b0} \quad (۱)$$

$n'_a$  و  $n'_b$  به ترتیب تعداد مولهای مایع‌های  $a$  و  $b$  در محلول، و  $P_a$  و  $P_b$  به ترتیب فشارهای جزئی بخارهای  $a$  و  $b$  در حالت تعادل با محلول اند.  $P_{a0}$  ثابتی است که فقط به دما و جنس مایع  $a$  بستگی دارد، و  $P_{b0}$  ثابتی است که فقط به دما و جنس مایع  $b$  بستگی دارد.

یک محلول آرمانی از  $n'_a$  مول مایع  $a$  و  $n'_b$  مول مایع  $b$  را در ظرفی در بسته می‌گذاریم. فرض کنید مقدار مایعی که بخار می‌شود آن قدر کم است، که فشارهای جزئی بخارهای  $a$  و  $b$  در حالت تعادل با مایع را می‌شود از روی رابطه‌ی (۱) با همان تعداد مولهای اولیه‌ی مایع‌های  $a$  و  $b$  در محلول به دست آورد.

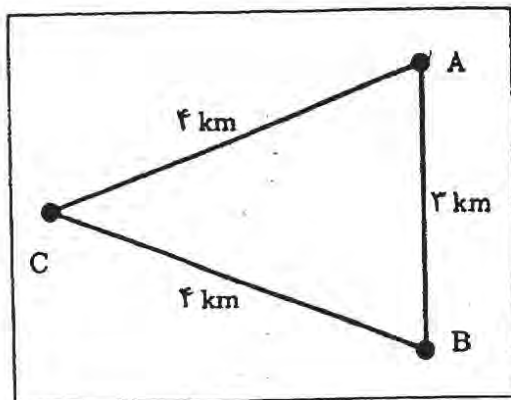
الف)  $(n_a/n_b)$  را به دست آورید.  $n_a$  تعداد مولهای بخار  $a$  در حالت تعادل، و  $n_b$  تعداد مولهای بخار  $b$  در حالت تعادل است.

ب) فرض کنید تعداد مولهای بخار در حالت تعادل  $n$  است.  $n_a$  و  $n_b$  را به دست آورید.

ج) تعداد مولهای مایع‌های  $a$  و  $b$  در حالت تعادل را  $n''_a$  و  $n''_b$  بگیرید.  $n''_a$  و  $n''_b$  را حساب کنید.

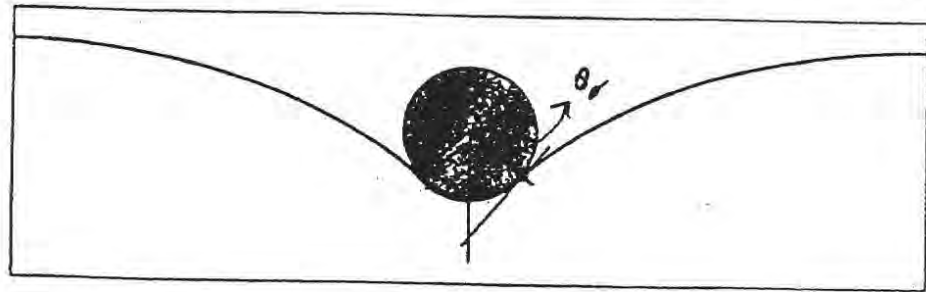
د) فرض کنید  $P_{b0} < P_{a0}$ . مقدار  $(n''_a/n''_b) - (n'_a/n'_b)$  مثبت است، منفی است، یا صفر است؟ ادعایان را ثابت کنید.

(6) آنتن یک گیرنده‌ی تلویزیون در نقطه‌ی C علاوه بر موجی که مستقیماً از فرستنده‌ی A دریافت می‌کند، موج منعکس شده از نقطه‌ی B را هم دریافت می‌کند. به این ترتیب یک تصویر دوگانه در تلویزیون ظاهر می‌شود. اگر فاصله‌ها مطابق شکل باشد، فاصله‌ی بین دو بخش تصویر دوگانه نسبت به هم چقدر است؟ طول صفحه‌ی تلویزیون 50 cm است. سرعت انتشار امواج فرستنده  $3 \times 10^8$  m/s است. تصویر تلویزیون به این ترتیب ساخته می‌شود که یک باریکه‌ی الکترون خط‌های افقی متوالی روی صفحه را از بالا به پایین جاروب می‌کند. هر تصویر شامل 625 خط افقی است، و در هر ثانیه تمام صفحه‌ی تلویزیون 25 بار جاروب می‌شود.



(۷) میزان کشیده‌شدگی یک سطح، مانند پوسته‌ی بادکنک، را با کمیتی به نام کشش سطحی مشخص می‌کنند. یک پاره‌خط به طول  $l$  روی سطح در نظر بگیرید. سطح‌هایی که در دو سمت این پاره‌خط قرار دارند، نیزژیی عمود بر این پاره‌خط و مماس بر سطح به هم وارد می‌کنند. اگر کشش سطحی جسم برابر با  $\sigma$  باشد، اندازه‌ی این نیرو برابر  $\sigma l$  است.

یک پوسته‌ی لاستیکی با جرم ناچیز و کشش سطحی  $\sigma$  در نظر بگیرید. روی این پوسته توپی کوچک به شعاع  $R$  و وزن  $W$  قرار می‌دهیم. فرض کنید در اثر گذاشتن این توپ، کشش سطحی عوض نمی‌شود. مطابق شکل، توپ باعث تغییرشکل لاستیک می‌شود. فرض کنید توپ و پوسته (مطابق شکل) در زاویه‌ی  $\theta$  نسبت به راستای قائم از هم جدا می‌شوند. زاویه‌ی  $\theta$  را به دست آورید.





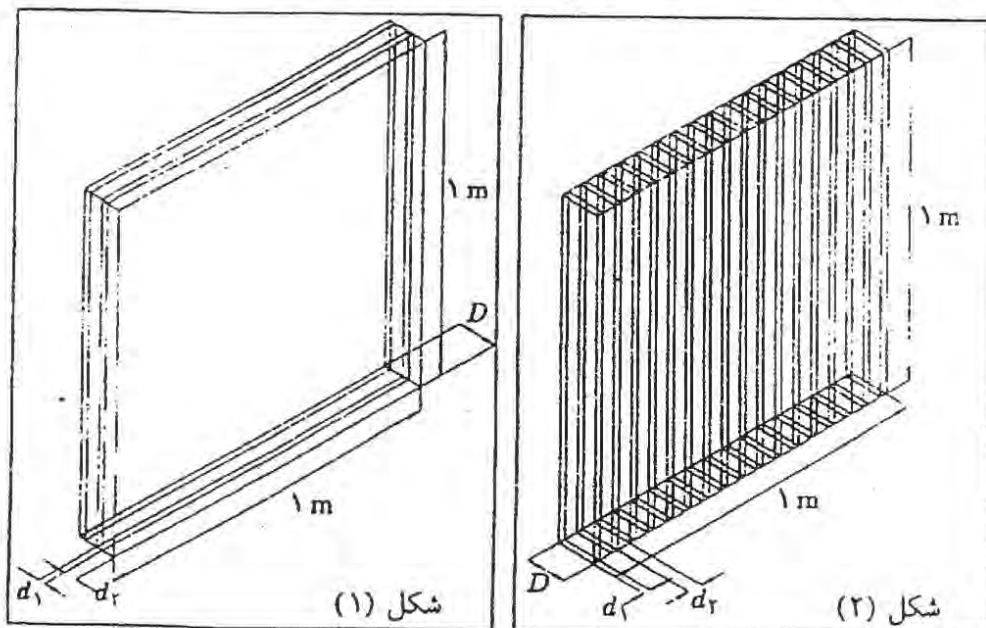
۸) برای پنجره‌ای به شکل مربع و ضلع  $1\text{ m}$ ، دو آرایش از دو جنس شیشه به شرح زیر قابل استفاده است.

آرایش اول: مطابق شکل ۱ از دو جنس شیشه ورقه‌هایی به شکل مربع به ضلع  $1\text{ m}$  و ضخامت‌های  $d_1$  و  $d_2$  به تعداد مساوی تهیه کرده و آن‌ها را یک درمیان روی هم قرار داده و به هم چسبانده ایم تا شیشه‌ای به ضخامت کل  $D$  به دست آید. رسانندگی گرمایی دو جنس شیشه به ترتیب  $k_1$  و  $k_2$  است.

آرایش دوم: مطابق شکل ۲، از دو جنس شیشه، تیغه‌هایی به طول  $1\text{ m}$  و عرض  $D$  و ضخامت‌های  $d_1$  و  $d_2$  به تعداد مساوی تهیه کرده و آن‌ها را یک درمیان پهلوی هم گذارده و به هم چسبانده ایم تا عرض کل شیشه  $1\text{ m}$  شود. ضریب رسانندگی گرمایی دو جنس شیشه به ترتیب  $k_1$  و  $k_2$  است.

الف) آهنگ عبور گرما، از دو آرایش،  $H$  و  $H'$ ، را به دست آورید. اختلاف دمایی دو طرف پنجره در هر دو آرایش مساوی  $\Delta T$  است.

ب) در حالتی که  $k_1 = k_2$ ، نسبت  $\frac{H}{H'}$  را به دست آورید.



۹) قرص سبکی مطابق شکل درون استوانه‌ای قرار گرفته است. چون قرص سبک است، برآیند نیروهای وارد بر آن همواره صفر است. دو سر استوانه بسته است. استوانه از گاز پر شده است و با محیط خارج تبادل گرمایی ندارد. قرص مانع انتقال نگاز بین دو بخش سمت راست و چپ استوانه است، و می‌تواند بدون اصطکاک درون استوانه حرکت کند. تعداد مول‌های گاز در هر طرف استوانه برابر  $n$  است. طول استوانه برابر  $L$  است. فاصله‌ی قرص از انتهای راست استوانه را  $l$  می‌نامیم. گاز کامل است، و ظرفیت گرمایی هر مول آن مقدار ثابت  $C$  است.

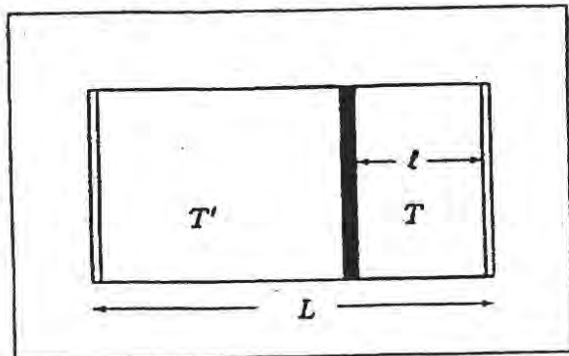
الف) اگر در لحظه‌ای دمای گاز در سمت راست لوله  $T$  و در سمت چپ آن  $T'$  باشد،  $l$  در این لحظه چقدر است؟

قرص رسانای گرما است. گرما با آهنگ  $\frac{dQ}{dt} = \alpha(T - T')$  از راست به چپ می‌رود، که در آن  $\alpha$  یک ثابت است. دمای اولیه‌ی دو طرف قرص را  $T_0$  و  $T'_0$  بگیرید.

ب) سرعت قرص ( $v$ ) را به عنوان تابعی از  $l$ ،  $L$ ،  $\alpha$ ،  $C$  و  $n$  به دست آورید.

۷) هنگامی که سرعت قرص صفر می‌شود،  $l$  چه قدر است؟

د) هنگامی که سرعت قرص صفر می‌شود، دمای گاز در دو طرف قرص چه قدر است؟



۱۰) سفینه‌ای به جرم  $m$  در فاصله‌ی  $R$  از ستاره‌ای به جرم  $M$  قرار دارد. این ستاره مشکوک به داشتن سیاره‌ای به جرم  $m$  است که در مداری دایره‌ای با شعاع  $a$  دور آن می‌چرخد. فرض کنید  $a < R$ ، و سفینه در صفحه‌ی مدار سیاره است. از قانون گرانش نیوتن می‌دانیم که دو جرم  $m_1$  و  $m_2$  که در فاصله‌ی  $r$  از یکدیگر قرار دارند نیروی  $\frac{Gm_1m_2}{r^2}$  در راستای خط‌واصلشان و به صورت جاذبه به هم وارد می‌کنند، که در آن  $G$  ثابت گرانش نیوتن است.

نیروی گرانشی که به سفینه وارد می‌شود در حالتی که سیاره در دورترین فاصله‌اش نسبت به سفینه باشد را  $F_1$ ، و نیروی گرانشی که به سفینه وارد می‌شود در حالتی که سیاره در نزدیک‌ترین فاصله‌اش نسبت به سفینه باشد را  $F_2$  می‌نامیم. نیروی گرانشی را که ستاره به سفینه وارد می‌کند با  $F$  نشان می‌دهیم.

الف)  $f$  را با رابطه‌ی  $f = \left(\frac{R}{a}\right) \left(\frac{F_2 - F_1}{F}\right)$  تعریف می‌کنیم.  $f$  را حساب کنید.

برای این که سفینه بتواند از روی این نیروها سیاره را تشخیص دهد، باید  $\frac{F_2 - F_1}{F}$  قابل توجه باشد.

ب) در حد  $\frac{a}{R} \rightarrow 0$  مقدار  $f$  چه قدر است؟