مرحله ی دوم چهاردهمین المپیاد ریاضی دانش آموزان ایران

اردیبهشت ماه ۱۳۷۵

مسأله ی ۱: فرض کنید a، b و c عدد حقیقی مثبت باشند که در رابطه ی زیر صدق می کنند:

$$(a^2+b^2+c^2)^2>2(a^4+b^4+c^4)$$

ثابت کنید a، b و c می توانند اضلاع یک مثلث باشند.

مسأله ی ۲: فرض کنید a، b، c و d اعدادی طبیعی باشند به طوری که ab=cd. آیا S=a+b+c+d می تواند عددی اول باشد.

مسأله ی ۳: مثلث ABC مفروض است. نقاطی مانند D و E را خارج مثلث ABC در نظر می گیریم به طوری که مثلث های ADB و AEC قائم الزاویه ی متساوی الساقین باشند، ($<D=90^\circ$, $<E=90^\circ$). اگر F نقطه ی وسط ضلع BC باشد، ثابت کنید مثلث DFE نیز قائم الزاویه ی متساوی الساقین است.

مسأله ی ۴: روی یک خط راست n نقطه ی قرمز و n نقطه ی آبی نه لزوما متمایز به طور دلخواه قرار گرفته اند. ثابت کنید مجموع فواصل دو به دو نقاط با رنگ های متفاوت از مجموع فواصل دو به دو نقاط با رنگ های یکسان کمتر نیست.