۱۲ جولای ۲۰۰۶

مساله ۱. فرض کنید I مرکز دایره محیطی مثلث ABC باشد. نقطه P را درون مثلث ABC طوری انتخاب می کنیم که

$$\angle PBA + \angle PCA = \angle PBC + \angle PCB .$$

نشان دهید $AP \geq AI$ و تساوی برقرار می شود اگر و تنها اگر P=I .

مساله ۲. فرض کنید P یک ۲۰۰۶- ضلعی منتظم باشد. قطری از P را **خوب** گوییم هر گاه نقاط انتهایی این قطر، اضلاع P را به دو قسمت تقسیم کند که هرقسمت تعداد فرد ضلع دارد. اضلاع P نیز قطر **خوب** به حساب می‌آیند. فرض کنید P را با ۲۰۰۳ قطر که هیچ دو تای آن ها درون P تقاطع ندارند به ناحیه های مثلث شکل تقسیم کرده ایم. بیشترین تعداد مثلث های متساوی الساقین با دو ضلع خوب را بیابید که می توانند در این ناحیه بندی ظاهر شوند.

مساله ۳. کمترین مقدارعدد حقیقی M را بیابید به طوری که نامساوی

$$\left| ab(a^2-b^2)+bc(b^2-c^2)+ca(c^2-a^2) \right| \leq M(a^2+b^2+c^2)^2$$

برای هر a ، b و c حقیقی برقرار باشد.

زمان: چهار ساعت و نیم
هر مساله هفت امتیاز دارد