

به نام او

July 26, 2007

روز دوم

(۴) در مثلث  $ABC$  نیم ساز زاویه  $BCA$  دایره محیطی را در  $R$ ، عمود منصف  $BC$  را در  $P$  و عمود منصف  $AC$  را در  $Q$  قطع می کند. اگر  $K$  وسط ضلع  $BC$  و  $L$  وسط ضلع  $AC$  باشد ثابت کنید مثلث های  $RPK$  و  $RQL$  مساحت برابر دارند.

(۵) فرض کنید  $a$  و  $b$  اعداد صحیح مثبت باشند. نشان دهید اگر  $(4a^2 - 1)^2$  بر  $4ab - 1$  بخش پذیر باشد آن گاه  $a = b$ .

(۶) فرض کنید  $n$  یک عدد صحیح مثبت باشد. مجموعه  $1 - (n + 1)^3$  نقطه ای زیر را از فضای سه بعدی در نظر بگیرید

$$S = \{(x, y, z) : x, y, z \in \{0, 1, \dots, n\}, x + y + z > 0\}$$

کم ترین تعداد صفحاتی را بیابید که اجتماع آن ها اجباراً همه نقاط  $S$  را در بر دارد ولی مبدا را شامل نمی شود.

مدت: چهار ساعت و نیم. هر سوال هفت نمره دارد.